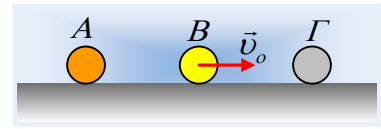


### Πόσες κρούσεις θα συμβούν;

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και στην ίδια ευθεία, ηρεμούν τρεις μικρές σφαίρες Α, Β και Γ της ίδιας ακτίνας με μάζες  $2m$ ,  $m$  και  $4m$  αντίστοιχα.



Σε μια στιγμή δίνουμε ένα στιγμιαίο κτύπημα στην μεσαία σφαίρα Β, με

αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $v_0$  με κατεύθυνση προς τη σφαίρα Γ, όπως στο σχήμα (η σφαίρα μεταφέρεται χωρίς να περιστρέφεται). Οι κρούσεις που θα ακολουθήσουν είναι κεντρικές και ελαστικές.

i) Ο συνολικός αριθμός κρούσεων που θα ακολουθήσει είναι:

α) μία, β) δύο, γ) τρεις.

ii) Μόλις ολοκληρωθούν οι κρούσεις, η απόσταση μεταξύ των σφαιρών Α και Γ θα αυξάνεται με ρυθμό:

α)  $0,6v_0$ , β)  $0,8v_0$ , γ)  $v_0$ .

#### Απάντηση:

i) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, μετά την κεντρική και ελαστική κρούση μεταξύ των σφαιρών Β και Γ, θα έχουμε ταχύτητες:

$$v'_B = v'_2 = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} v_0 = \frac{m - 4m}{m + 4m} v_0 = -0,6v_0$$

$$v'_\Gamma = v'_3 = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_0 = \frac{2m}{m + 4m} v_0 = 0,4v_0$$

Τα παραπάνω αποτελέσματα μας λένε ότι η σφαίρα Γ κινείται προς τα δεξιά, ενώ η Β επιστρέφει, κινούμενη προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου  $0,6v_0$ .

Αλλά τότε μετά από λίγο η Β θα συγκρουστεί με την Α σφαίρα, με αποτέλεσμα οι ταχύτητες των δύο σφαιρών, μετά τη μεταξύ τους κρούση, να είναι:

$$v''_B = v''_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} v'_B = \frac{m - 2m}{m + 2m} (-0,6v_0) = 0,2v_0$$

$$v'_A = v'_1 = \frac{2m_2}{m_2 + m_1} v'_B = \frac{2m}{m + 2m} (-0,6v_0) = -0,4v_0$$

Η Β σφαίρα δηλαδή, θα κινηθεί ξανά προς τα δεξιά, με ταχύτητα  $0,2v_0$ , μικρότερη από την ταχύτητα που κινείται, επίσης προς τα δεξιά, η Γ σφαίρα. Αυτό σημαίνει ότι δεν θα την φτάσει ποτέ και οι κρούσεις έχουν τελειώσει. Θα έχουμε δηλαδή μόνο δύο κρούσεις. Σωστό το β).

ii) Η σφαίρα Γ κινείται προς τα δεξιά, με αποτέλεσμα να απομακρύνεται από την αρχική της θέση με ρυθμό

$$\frac{dx_3}{dt} = v'_\Gamma = 0,4m/s$$

Αντίστοιχα η Α σφαίρα κινείται προς τα αριστερά, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η απόστασή της από την αρχική της θέση με ρυθμό:

$$\frac{d|x_I|}{dt} = |v'_A| = 0,4 \text{ m/s}$$

Συνεπώς η απόσταση μεταξύ των σφαιρών Α και Γ αυξάνεται με ρυθμό:

$$\frac{dx_3}{dt} + \frac{d|x_I|}{dt} = 0,8 \text{ m/s}$$

Σωστό το β).

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)