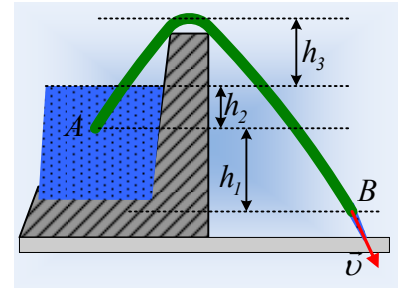


Αντληση νερού με λάστιχο

Διαθέτουμε μια πολύ μεγάλη δεξαμενή με νερό, από την οποία θα αντλήσουμε νερό, με χρήση ενός λάστιχου (σωλήνα) AB, το οποίο χρησιμοποιείται όπως στο σχήμα.



i) Η ταχύτητα εκροής στο άκρο B του λάστιχου, εξαρτάται:

- α) Από το ύψος $H=h_1$.
- β) Από το ύψος $H=h_1+h_2$.
- γ) Από το ύψος $H=h_1+h_2+h_3$.
- δ) Από το ύψος h_3 , αρκεί να έχουμε εκροή.

ii) Η πίεση στον άξονα του λάστιχου έχει ελάχιστη τιμή:

$$\alpha) p_{\min}=p_{\text{ατμ}}, \quad \beta) p_{\min}=p_{\text{ατμ}}+\rho gh_2, \quad \gamma) p_{\min}=p_{\text{ατμ}}-\rho gh_1, \quad \delta) p_{\min}=p_{\text{ατμ}}-\rho g(h_1+h_2+h_3)$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό και το ύψος του νερού στη δεξαμενή σταθερό.

Απάντηση:

i) Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής που ξεκινά από ένα σημείο E της επιφάνειας της δεξαμενής και καταλήγει στο άκρο του λάστιχου B, όπου εξέρχεται το νερό:

$$p_E + \rho g(h_2 + h_1) + \frac{1}{2} \rho v_E^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

Αλλά $p_E = p_B = p_{\text{ατμ}}$ ενώ $v_E=0$, αφού δεχόμαστε σταθερή τη στάθμη της δεξαμενής, οπότε:

$$\rho g(h_2 + h_1) = \frac{1}{2} \rho v_B^2 \rightarrow$$

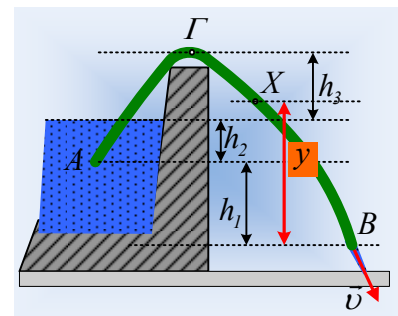
$$v_B = \sqrt{2g(h_1 + h_2)}$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η παραπάνω εξίσωση μας οδηγεί στο θεώρημα Torricelli, όπου η ταχύτητα εκροής εξαρτάται από την κατακόρυφη απόσταση επιφάνειας-σημείου εκροής B. Δεν εξαρτάται δηλαδή, ούτε από το πόσο βυθισμένο στο νερό είναι το λάστιχο, ούτε από το h_3 , το πόσο ψηλά θα φτάσει (αρκεί βέβαια, να φτάσει το νερό στο ύψος $h_3 \dots$). Σωστό το β).

ii) Έστω ένα σημείο X του λάστιχου που απέχει κατακόρυφα κατά y από το άκρο B. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής μεταξύ X και του άκρου του λάστιχου B, όπου εξέρχεται το νερό, παίρνουμε:

$$p_X + \rho gy + \frac{1}{2} \rho v_X^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

Αλλά από την εξίσωση της συνέχειας ($A_X \cdot v_X = A_B \cdot v_B$) προκύπτει ότι η ταχύτητα του νερού παραμένει η ίδια, ενώ $p_B = p_{\text{ατμ}}$, οπότε:



$$p_X = p_B - \rho g y = p_{\text{ατμ}} - \rho g y \quad (1)$$

Η ελάχιστη λοιπόν πίεση θα είναι στο σημείο με το μεγαλύτερο ύψος y , το οποίο δεν είναι άλλο από:

$$y_{\text{max}} = h_1 + h_2 + h_3.$$

Και θα παρατηρείται στο σημείο Γ , το ψηλότερο σημείο του λάστιχου.

Σημείωση*

Από την εξίσωση (1) προκύπτει ότι το ύψος y δεν μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή, αφού δεν μπορούμε να έχουμε αρνητική τιμή πίεσης στο σημείο Γ (που έχουμε και την μικρότερη πίεση). Οριακά η πίεση μπορεί να μηδενιστεί (στην πραγματικότητα να πάρει τιμή ίση με την τάση ατμών, οπότε σχηματίζονται φυσαλίδες

ατμών...), οπότε βρίσκουμε $y_{\text{max}} = \frac{p_{\text{ατμ}}}{\rho g} \approx 10\text{m}$. Αλλά τότε το h_3 , το ύψος πάνω από την επιφάνεια του νε-

ρού, είναι μικρότερο.

Αν βέβαια σηκώνουμε το άκρο B , μειώνοντας το άθροισμα $h_1 + h_2$, μπορούμε να πετύχουμε το νερό να ανυψωθεί από την επιφάνεια οριακά μέχρι ύψος $h_{3\text{max}} = y_{\text{max}} \approx 10\text{m}$.

dmargaris@gmail.com