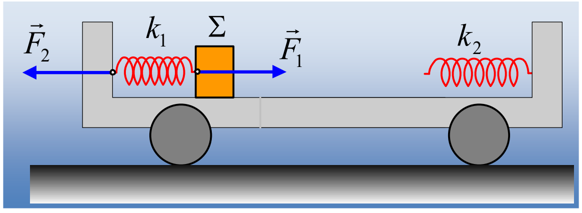
Ενέργεια και ορμή σε ένα πείραμα με ελατήρια.



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα αμαξίδιο μάζας Μ, πάνω στο οποίο έχουν προσδεθεί δύο ιδανικά ελατήρια με σταθερές $k_1=k$ και $k_2=4k$. Με τη βοήθεια ενός σώματος Σ, μάζας m, όπου M=2m, συμπιέζουμε το αριστερό ελατήριο κατά x_1, ενώ συγκρατούμε το αμαξίδιο ακίνητο.

Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα το αμαξίδιο και το σώμα Σ.

i) Τι από τα παρακάτω θα συμβεί:

α) Το σώμα Σ θα κινηθεί προς τα δεξιά και το αμαξίδιο θα παραμείνει στη θέση του.

β) Το σώμα Σ θα κινηθεί προς τα δεξιά και το αμαξίδιο προς τα αριστερά.

γ) Και τα δυο σώματα θα κινηθούν προς τα δεξιά.

ii) Το σώμα Σ, θα εγκαταλείψει το ελατήριο αποκτώντας κινητική ενέργεια:

α) $\frac{1}{2}kx_1^2$, β) $\frac{1}{3}kx_1^2$, γ) $\frac{1}{4}kx_1^2$.

iii) Μετά από λίγο το σώμα Σ φτάνει στο δεξιό ελατήριο, το οποίο αρχίζει να συμπιέζει, με αποτέλεσμα σε μια στιγμή να μειώνεται η ταχύτητά του με ρυθμό $1m/s^2$. Τη στιγμή αυτή το μέτρο της ταχύτητας του αμαξιδίου:

α) Αυξάνεται με ρυθμό $0{,}5m/s^2$.

β) Μειώνεται με ρυθμό $1m/s^2$.

γ) Μειώνεται με ρυθμό $0{,}5m/s^2$.

iv) Σε μια στιγμή η ταχύτητα του σώματος Σ μηδενίζεται. Τη στιγμή αυτή, το αμαξίδιο έχει ταχύτητα:

α) προς τα δεξιά

β) προς τα αριστερά

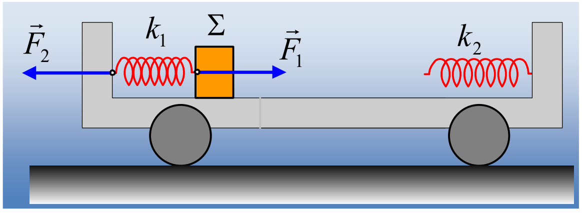
γ) μηδενική.

v) Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου στα δεξιά θα είναι:

α) $\frac{1}{4}x_1$, β) $\frac{1}{2}x_1$, γ) $2x_1$.

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά όλες τις απαντήσεις σας, θεωρώντας ότι δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής, ούτε μεταξύ εδάφους και αμαξιδίου, ούτε κατά την κίνηση του σώματος Σ.

Απάντηση:



i) Τη στιγμή που αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα, δέχονται από το ελατήριο δυνάμεις $\mathbf{F_1}$ και $\mathbf{F_2}$, όπως στο σχήμα, όπου για τα μέτρα τους ισχύει $F_1=F_2=k\cdot x_1$, με αποτέλεσμα το σώμα Σ να επιταχυνθεί προς τα δεξιά και το αμαξίδιο προς τα αριστερά. Σωστό το β).

ii) Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο συνεπώς ισχύει η αρχή διατήρηση ης ορμής, από τη στιγμή που αφήνονται να κινηθούν μέχρι το Σ να εγκαταλείψει το ελατήριο:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow$$

Και θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική παίρνουμε:

$$0=m\cdot\upsilon_1-M\upsilon_2 \rightarrow \upsilon_2=\tfrac{1}{2}\,\upsilon_1 \;(1)$$

Εξάλλου η αρχική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, θα εμφανιστεί ως κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων Σ-αμαξίδιο. Διαφορετικά η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή, αφού οι μόνες δυνάμεις που παράγουν έργο είναι οι δυνάμεις που ασκούνται από το ελατήριο στα δυο σώματα:

$$K_{\alpha\rho\chi}+U_{\alpha\rho\chi}=K_{\tau\varepsilon\lambda}+U_{\tau\varepsilon\lambda}\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+\frac{1}{2}M\upsilon_2^2\rightarrow$$

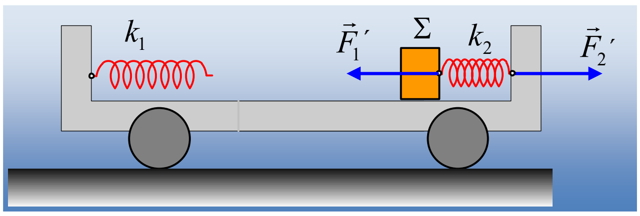
$$\frac{1}{2}kx_1^2=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+\frac{1}{2}2m\left(\frac{\upsilon_1}{2}\right)^2\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+\frac{1}{4}m\upsilon_1^2\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2=\frac{3}{4}m\upsilon_1^2\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=\frac{1}{3}kx_1^2$$

Σωστό το β).



iii) Μόλις το σώμα αρχίζει να συμπιέζει το ελατήριο στα δεξιά δέχεται δύναμη $F_1'=k_2\cdot\Delta\ell$ η οποία του προκαλεί επιτάχυνση με φορά προς τα αριστερά (επιβράδυνση) μέτρου:

$$a_1=\frac{k_2\Delta\ell}{m}$$

ενώ το αμαξίδιο θα αποκτήσει επιτάχυνση προς τα δεξιά (ξανά επιβράδυνση, αφού έχει ταχύτητα με φορά προς τα αριστερά), μέτρου $a_2 = \frac{k_2 \Delta\ell}{M} = \frac{k_2 \Delta\ell}{2m} = \frac{1}{2} a_1$.

Άρα και η ταχύτητα του αμαξιδίου μειώνεται με ρυθμό 0,5m/s^2. Σωστό το γ).

iv) Σε όλη τη διάρκεια από τη στιγμή που αφέθηκαν τα σώματα να κινηθούν, μέχρι τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος Σ, το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow$$

Και θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική παίρνουμε:

$$0 = m \cdot 0 - M\upsilon_2 \rightarrow \upsilon_2 = 0$$

Συνεπώς ταυτόχρονα με το μηδενισμό της ταχύτητας του σώματος Σ, μηδενίζεται και η ταχύτητα του αμαξιδίου. Σωστό το γ).

v) Τη στιγμή που μηδενίζονται οι ταχύτητες των δύο σωμάτων το ελατήριο παρουσιάζει τη μέγιστη συσπείρωσή του, οπότε από τη διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} k_1 x_1^2 = \frac{1}{2} k_2 x_2^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} 4k x_2^2 \rightarrow$$

$$x_2 = \frac{1}{2} x_1$$

Σωστό το β).

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης