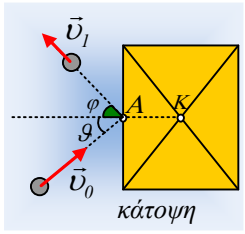
Μια κρούση σφαίρας με ορθογώνια πλάκα



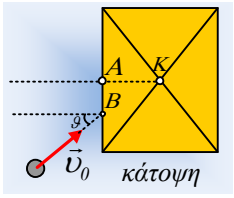
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο έχουμε καρφώσει μια ορθογώνια πλάκα κέντρου Κ και μάζας M=1,2kg. Μια μικρή σφαίρα μάζας m=0,4kg κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς τριβές, με ταχύτητα υ_0=5m/s και συγκρούεται ελαστικά στο σημείο Α, με την μια πλευρά του ορθογωνίου. Η ταχύτητα αυτή σχηματίζει γωνία θ, όπου ημθ=0,6 με την κάθετη στην πλευρά, η οποία διέρχεται και από το κέντρο Κ της πλάκας, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη). Η κρούση διαρκεί απειροελάχιστα και στη διάρκειά της δεν αναπτύσσονται τριβές μεταξύ σφαίρας και πλάκας (λείες επιφάνειες).

i) Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση και η γωνία φ που σχηματίζει αυτή με την κάθετη ΑΚ.

ii) Απελευθερώνουμε την πλάκα και επαναλαμβάνουμε το ίδιο ακριβώς πείραμα, αλλά τώρα η πλάκα μπορεί να κινηθεί μετά την κρούση.

α) Ποια η τελική ταχύτητα της σφαίρας και ποια η νέα γωνία φ_1 που σχηματίζει με την ΑΚ;

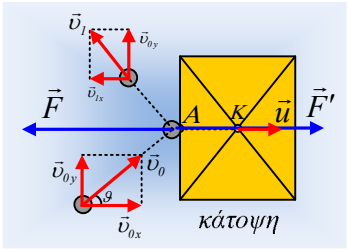
β) Ποια η ταχύτητα της πλάκας μετά την κρούση;



iii) Σε μια επανάληψη του πειράματος η σφαίρα συγκρούεται με την πλάκα στο σημείο Β του σχήματος. Θα αλλάξει κάτι όσον αφορά τις κινήσεις των δύο σωμάτων μετά την κρούση;

Απάντηση:

i) Από τη στιγμή που είναι καρφωμένη η πλάκα, η κρούση είναι απολύτως ίδια, ωσάν η σφαίρα να συγκρουόταν ελαστικά με σώμα άπειρης μάζας (κρούση με τοίχο). Αλλά τότε ισχύουν τα συμπεράσματα του σχολικού βιβλίου, δηλαδή η σφαίρα μετά την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1=\upsilon_0$ ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει με την κάθετη στην επιφάνεια γωνία φ=θ.



ii) Στη διάρκεια της κρούσης η σφαίρα δέχεται δύναμη $\vec{F}$ κάθετη στην επιφάνεια, όπως στο σχήμα. Η αντίδρασή της $\vec{F}'$ ασκείται στην πλάκα, με αποτέλεσμα αυτή να αποκτήσει ταχύτητα $\vec{u}$ στη διεύθυνση ΑΚ. Αλλά τότε δεν έχουμε καμιά μεταβολή της ορμής της σφαίρας στη διεύθυνση y (κάθετη στην ΑΚ) και η συνιστώσα υ_{0y} παραμένει σταθερή. Και στην διεύθυνση όμως x η ορμή διατηρείται, οπότε:

$$m\upsilon_{0x}=m\upsilon_{1x}+Mu \quad (1)$$

όπου $\upsilon_{ox}=\upsilon_0\cdot$συνθ=5·0,8m/s=4m/s και $\upsilon_{oy}=\upsilon_0\cdot$ημθ=5·0,6m/s=3m/s.

Ενώ η ολική κινητική ενέργεια, επίσης παραμένει σταθερή, πριν και μετά την κρούση:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+\frac{1}{2}Mu^2\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\left(\upsilon_{0x}^2+\upsilon_{0y}^2\right)=\frac{1}{2}m\left(\upsilon_{1x}^2+\upsilon_{0y}^2\right)+\frac{1}{2}Mu^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{0x}^2=\frac{1}{2}m\upsilon_{1x}^2+\frac{1}{2}Mu^2 \quad (2)$$

Το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) οδηγεί στις εξισώσεις της κεντρικής ελαστικής κρούσης:

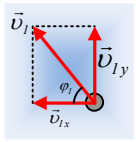
$$\upsilon_{1x}=\frac{m-M}{m+M}\upsilon_{0x} \quad (3) \quad \text{και} \quad u=\frac{2m}{m+M}\upsilon_{0x} \quad (4)$$

α) Με αντικατάσταση στην (3):

$$\upsilon_{1x}=\frac{0,4-1,2}{0,4+1,2}4m/s=-2m/s$$

Με βάση τα παραπάνω η σφαίρα μετά την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου:

$$\upsilon_{1x}=\sqrt{\upsilon_{1x}^2+\upsilon_{1y}^2}=\sqrt{2^2+3^2}\,m/s=\sqrt{13}m/s$$



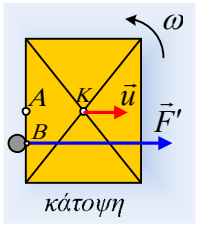
Ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει με την κάθετη (ΑΚ) γωνία φ_1 όπου

$$\varepsilon\varphi\varphi_1=\frac{|\upsilon_{0y}|}{|\upsilon_{1x}|}=\frac{3}{2}$$

β) Με αντικατάσταση στην (4) παίρνουμε:

$$u=\frac{2m}{m+M}\upsilon_{0x}=\frac{2\cdot 0,4}{0,4+1,2}4m/s=2m/s$$

iii) Αν η σφαίρα συγκρουστεί με την πλάκα στο σημείο Β, τότε η δύναμη F΄ που δέχεται η πλάκα δεν περνά από το κέντρο μάζας της Κ, ως προς το οποίο παρουσιάζει κάποια ροπή. Αποτέλεσμα είναι να έχουμε μεν διαφορετική ταχύτητα υ_1 της σφαίρας, αλλά κυρίως η πλάκα, πέρα από κάποια ταχύτητα κέντρου μάζας u που θα αποκτήσει, να περιστραφεί αποκτώντας και κάποια γωνιακή ταχύτητα ω.



Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…
Επιμέλεια:
Διονύσης Μάργαρης