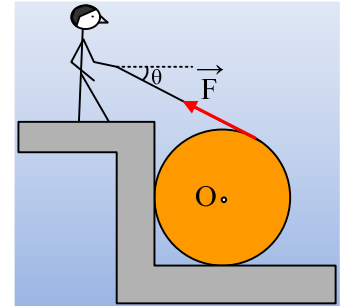


Κύλινδρος εν γωνία.

Γύρω από έναν κύλινδρο, μάζας 7kg, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Τοποθετούμε τον κύλινδρο σε θέση όπως στο σχήμα και τραβώντας το άκρο του νήματος ασκούμε στον κύλινδρο δύναμη F. Η γωνία θ που σχηματίζει το νήμα με την οριζόντια διεύθυνση είναι $\theta=30^\circ$. Ο κατακόρυφος τοίχος είναι λείος, ενώ ο κύλινδρος παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,5$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I= \frac{1}{2} MR^2$.



- i) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της δύναμης που μπορούμε να ασκήσουμε μέσω του νήματος, χωρίς να περιστραφεί ο κύλινδρος;
- ii) Αυξάνουμε την ασκούμενη δύναμη, στην τιμή $F=30\text{N}$. Πόσο νήμα πρέπει να τραβήξουμε σε χρονικό διάστημα $t_1=2\text{s}$, για να εξασφαλίσουμε την εξάσκηση της παραπάνω σταθερής δύναμης στον κύλινδρο;
- iii) Συνεχίζουμε να αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης F. Ποια η ελάχιστη τιμή του μέτρου της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να χάσει την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο;

Απάντηση:

- i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, όπου N_1 η κάθετη αντίδραση από το οριζόντιο επίπεδο και N_2 από τον κατακόρυφο τοίχο.

Αφού ο κύλινδρος ισορροπεί $\Sigma F=0 \rightarrow \Sigma F_x=0$ (1) και $\Sigma F_y=0$ (2), από όπου:

$$F_y + N_1 - w = 0 \rightarrow N_1 = mg - F \cdot \eta \mu \theta \quad (3)$$

Η ροπή της δύναμης F τείνει να περιστρέψει τον κύλινδρο, αλλά η περιστροφή αυτή παρεμποδίζεται από την στατική τριβή. Αφού ο κύλινδρος δεν στρέφεται $\Sigma \tau_o = 0$ ή $F \cdot R - T_s \cdot R = 0 \rightarrow F = T_s$.

Αλλά η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, η οριακή τριβή έχει μέτρο $T_{op} = \mu_s N_1$, και με βάση την (3)

$$F = \mu_s (mg - F \cdot \eta \mu \theta) \rightarrow$$

$$F = \frac{\mu_s mg}{1 + \mu_s \eta \mu \theta} = \frac{0,5 \cdot 7 \cdot 10}{1 + 0,5 \cdot \frac{1}{2}} \text{N} = 28 \text{N}$$

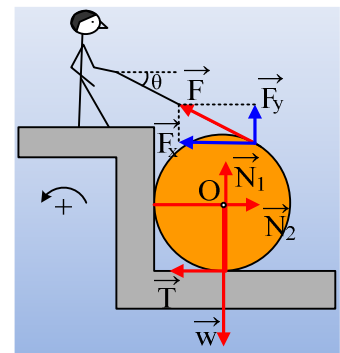
- ii) Αφού η τιμή της δύναμης είναι μεγαλύτερη από 28N, ο κύλινδρος αρχίζει να περιστρέφεται. Όμως ο κύλινδρος ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση και από την σχέση (3) έχουμε $N_1 = mg - F \cdot \eta \mu \theta$ ή

$$N_1 = 70\text{N} - 30 \cdot \frac{1}{2} \text{N} = 55\text{N}$$

Αλλά τότε η τριβή ολίσθησης είναι $T = \mu \cdot N = 27,5\text{N}$ και από 2^ο νόμο για τη στροφική κίνηση παίρνουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F \cdot R - T \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2(F - T)}{mR}$$

Αλλά τότε σε χρονικό διάστημα t_1 θα ξετυλιχθεί νήμα μήκους $\ell = R\theta = R \cdot \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2 = R \cdot \frac{1}{2} \frac{2(F - T)}{mR} t^2$



$$\ell = \frac{(F - T)}{m} t^2 = \frac{30 - 27,5}{7} 2^2 m = \frac{10}{7} m$$

iii) Όταν ο κύλινδρος χάνει την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο, μηδενίζεται η κάθετη αντίδραση από το επίπεδο, οπότε από την ισορροπία στον κατακόρυφο άξονα παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F \cdot \eta \mu \theta = mg \rightarrow F = 2mg = 140 \text{ N.}$$

dmargaris@sch.gr