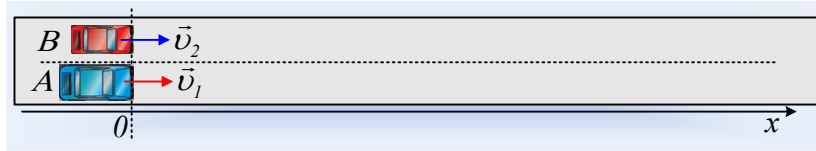


Δύο αυτοκίνητα κινούνται ευθύγραμμα

Δυο αυτοκίνητα Α και Β κινούνται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερές ταχύτητες $v_1=10\text{m/s}$ και $v_2=54\text{km/h}$, προς την ίδια κατεύθυνση. Σε μια στιγμή (στην οποία θεωρούμε $t=0$) τα αυτοκίνητα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο, όπως στο σχήμα. Θεωρούμε τη θέση αυτή ως την αρχή του άξονα ($x=0$).



- i) Ποιο αυτοκίνητο κινείται γρηγορότερα;
- ii) Να βρεθεί η απόσταση των δύο αυτοκινήτων τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$. (Να μην ληφθούν υπόψη οι διαστάσεις των αυτοκινήτων, τα οποία να αντιμετωπίσετε ως υλικά σημεία).
- iii) Τη στιγμή t_1 το Α αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιτάχυνση $a_1=0,4\text{m/s}^2$ με φορά προς τα δεξιά.
 - α) Να βρεθεί η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t_2=30\text{s}$.
 - β) Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο αυτοκίνητα τη στιγμή t_2 ;
- iv) Ποιο αυτοκίνητο θα φτάσει πρώτο στη θέση $x_3=580\text{m}$;

Απάντηση:

- i) Για να συγκρίνουμε τις δυο ταχύτητες, μετατρέπουμε τις μονάδες για την ταχύτητα v_2 και έχουμε:

$$v_2 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 54 \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = 15\text{m/s}$$

Συνεπώς το Β αυτοκίνητο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα και κινείται γρηγορότερα από το Α ($v_1=10\text{m/s}$).

- ii) Τα δυο αυτοκίνητα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, ξεκινώντας από την θέση $x=0$, συνεπώς έχουν εξισώσεις κίνησης:

$$x=v \cdot t$$

Έτσι για τη στιγμή $t_1=10\text{s}$ παίρνουμε:

$$x_1=v_1 t_1=10 \cdot 10\text{m}=100\text{m} \text{ και}$$

$$x_2=v_2 \cdot t_1=15 \cdot 10\text{m}=150\text{m}$$

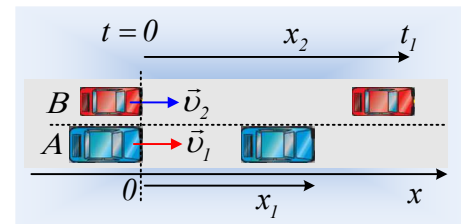
Αλλά τότε η απόσταση των δύο αυτοκινήτων είναι:

$$d=x_2-x_1=150\text{m}-100\text{m}=50\text{m}$$

- iii) Από τη στιγμή που το Α αυτοκίνητο αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση, θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v_A = v_{01} + a_1 \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta x_1 = v_{01} \Delta t + \frac{1}{2} a_1 (\Delta t)^2 \quad (2)$$



Όπου v_{01} η «αρχική» του ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$, ενώ Δx_1 η μετατόπισή του για χρονικό διάστημα Δt .

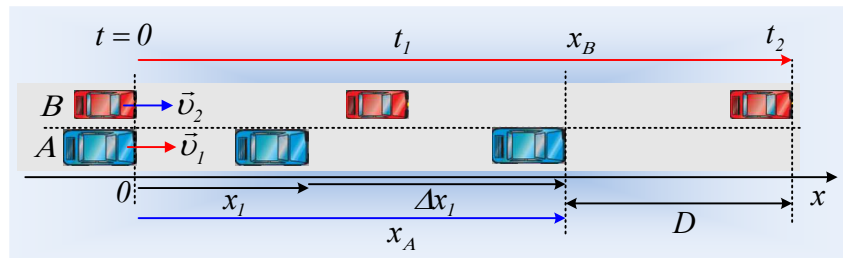
α) Τη στιγμή $t_2=30\text{s}$, το A έχει κινηθεί για χρονικό διάστημα $\Delta t=30\text{s}-10\text{s}=20\text{s}$ επιταχυνόμενα, έχοντας αποκτήσει ταχύτητα:

$$v_A = v_{01} + \alpha_1 \Delta t \rightarrow v_{A,2} = 10\text{m/s} + 0,4 \cdot 20\text{m/s} = 18\text{m/s}$$

β) Η αντίστοιχη μετατόπιση από 10s-30s του A αυτοκινήτου είναι:

$$\Delta x_1 = v_{01} \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_1 (\Delta t)^2 = 10 \cdot 20\text{m} + \frac{1}{2} 0,4 \cdot 20^2 \text{m} = 280\text{m}$$

Αλλά τότε έχει φτάσει στη θέση $x_A = x_1 + \Delta x_1 = 100\text{m} + 280\text{m} = 380\text{m}$.



Αντίθετα το B κινούμενο ομαλά έχει φτάσει στη θέση:

$$x_B = v_2 t_2 = 15 \cdot 30\text{m} = 450\text{m}$$

Συνεπώς τα αυτοκίνητα απέχουν απόσταση $D = x_B - x_A = 450\text{m} - 280\text{m} = 170\text{m}$, με το B προηγούμενο.

iv) Το A αυτοκίνητο θα φτάσει στη θέση x_3 αφού χρειαστεί να κινηθεί επιταχυνόμενα ένα χρονικό διάστημα $\Delta t'$, μετατοπιζόμενο κατά $\Delta x' = x_3 - x_1 = 580\text{m} - 100\text{m} = 480\text{m}$. Αλλά τότε η (2) γίνεται:

$$\Delta x' = v_{01} \Delta t' + \frac{1}{2} \alpha_1 (\Delta t')^2 \rightarrow$$

Με αριθμητική αντικατάσταση παίρνουμε:

$$480 = 10 \Delta t' + \frac{1}{2} 0,4 (\Delta t')^2 \rightarrow$$

$$2(\Delta t')^2 + 100(\Delta t') - 4800 = 0$$

Λύνοντας τη δευτεροβάθμια εξίσωση παίρνουμε:

$$\Delta t' = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4800)}}{2 \cdot 2} = 30\text{s}$$

Αφού απορρίψαμε την αρνητική ρίζα. Αλλά τότε το αυτοκίνητο φτάνει στη θέση x_3 τη χρονική στιγμή:

$$t_A = t_1 + \Delta t' = 10\text{s} + 30\text{s} = 40\text{s}.$$

Αντίθετα το B, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα, θα φτάσει τη χρονική στιγμή t_B , όπου:

$$x_3 = v_2 t_B \rightarrow t_B = \frac{x_3}{v_2} = \frac{580}{15} \text{s} \approx 38,7\text{s}$$

Άρα πρώτο θα φτάσει στη θέση x_3 το Β αυτοκίνητο.

dmargaris@gmail.com