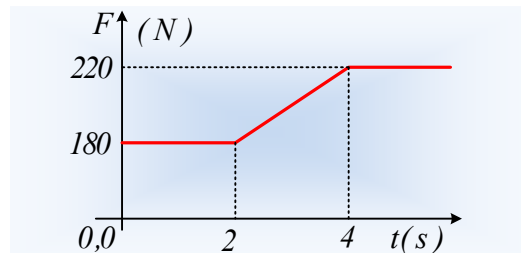
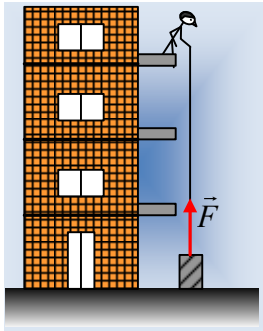


Το κρύο επιβάλλει να αγοράσουμε ξύλα...

Ο Γιάννης, συγκάτοικος στον 3^ο όροφο, αφού δεν έχει «λεφτά για πετρέλαιο», αγόρασε ξύλα για το τζάκι, τα οποία ανεβάζει τοποθετώντας τα σε κιβώτιο και τραβώντας με ένα σχοινί, ασκώντας με τον τρόπο αυτό μια κατακόρυφη δύναμη F στο κιβώτιο, το οποίο έχει μάζα 20kg. Στο διάγραμμα δίνεται η μεταβολή του μέτρου της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Στο χρονικό διάστημα 0-2s το κιβώτιο:

- α) ηρεμεί β) ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα γ) ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση.

ii) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο τη χρονική στιγμή $t_1=1s$.

iii) Ποια χρονική στιγμή το κιβώτιο εγκαταλείπει το έδαφος και αρχίζει να ανέρχεται;

iv) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου τη στιγμή $t_4=4s$.

v) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο. Τι ταχύτητα έχει αποκτήσει το κιβώτιο τη στιγμή t_4 ;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

i) Στο χρονικό διάστημα 0-2s το σώμα ηρεμεί (σωστό το α). Το βάρος του κιβωτίου είναι ίσο με:

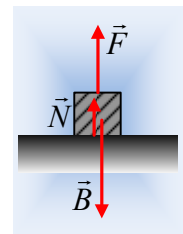
$$B=mg=20 \cdot 10N=200N$$

Συνεπώς δεν είναι δυνατόν ασκώντας πάνω του δύναμη μέτρου 180N να το ανασηκώσουμε.

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, για όσο χρόνο βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος (συνεπώς και για $t=1s$). Το κιβώτιο ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F+N=B \quad (1) \rightarrow$$

$$N=B-F=200N-180N=20N.$$



Όπου N η δύναμη στήριξης από το έδαφος (η κάθετη αντίδραση του εδάφους), ενώ $B=200N$ και $F=180N$.

iii) Μετά τη στιγμή $t_2=2s$ που αρχίζει να αυξάνεται το μέτρο της δύναμης, κάποια στιγμή η δύναμη θα γίνει μεγαλύτερη του βάρους και το σώμα θα αρχίσει να επιταχύνεται προς τα πάνω. Με άλλα λόγια, για

όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος, θα δέχεται δύναμη στήριξης (N) από αυτό. Μόλις $N=0$, μόλις δηλαδή το σώμα πάψει να δέχεται δύναμη στήριξης, θα αρχίσει να ανέρχεται. Αλλά τη στιγμή αυτή, η σχέση (1) δίνει:

$$F+N=B \rightarrow F=B=200N. \quad (1^a)$$

Αλλά ποια στιγμή συμβαίνει αυτό; Χρειαζόμαστε τη συνάρτηση της δύναμης με το χρόνο, στο χρονικό διάστημα 2s-4s. Ας την βρούμε:

Η δύναμη μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο (η γραφική παράσταση είναι πρώτου βαθμού) συνεπώς η σχέση θα είναι της μορφής:

$$F=\lambda t+\beta$$

Αντικαθιστώντας $t=2s$ παίρνουμε: $180=\lambda \cdot 2+\beta$ (2)

Και αντίστοιχα για $t=4s$ παίρνουμε: $220=\lambda \cdot 4+\beta$ (3)

Οι εξισώσεις (2) και (3) αποτελούν ένα σύστημα, η λύση του οποίου θα μας δώσει τις τιμές λ και β !

Πώς το λύνουμε; Ένας τρόπος είναι να αφαιρέσουμε τις (2) και (3) κατά μέλη:

$$180-220=2\lambda+\beta-4\lambda-\beta \text{ ή } -2\lambda=-40 \text{ ή } \lambda=20 \rightarrow$$

$$(2) \beta=180-2\lambda=180-2 \cdot 20=140$$

Έτσι η συνάρτηση F-t παίρνει τη μορφή:

$$F=20t+140 \text{ (μονάδες στο S.I.) και } 2s \leq t \leq 4s$$

Αλλά τότε επιστρέφοντας στην σχέση 1^α παίρνουμε:

$$20t+140=200 \rightarrow 20t=60 \text{ ή } t_3=3s.$$

iv) Για $t \geq 3s$ το σώμα επιταχύνεται με την επίδραση της δύναμης F και του βάρους, οπότε ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα δίνει:

$$\Sigma F=m \cdot a \rightarrow F-B=m \cdot a \rightarrow$$

$$20t+140-200=20 a \rightarrow a=t-3 \quad (4) \quad (S.I.) \text{ και } 3s \leq t \leq 4s$$

Συνεπώς για $t_4=4s$ παίρνουμε:

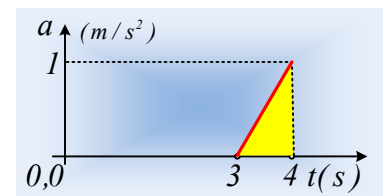
$$a_4=t-3=4-3=1m/s^2.$$

Το διάγραμμα της σχέσης (4) είναι αυτό του διπλανού σχήματος. Αλλά τότε το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου στο διάγραμμα a-t, είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Δηλαδή:

$$\Delta v = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1m/s = 0,5m/s$$

Αλλά $\Delta v=v_4-v_3$, όπου $v_3=0$, οπότε τελικά η ταχύτητα ανόδου τη στιγμή $t_4=4s$ έχει μέτρο $v_4=0,5m/s$.

Σχόλιο.



Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε και Γεωμετρία για να προσδιορίσουμε ποια χρονική στιγμή η δύναμη γίνεται ίση με 200N. Παραπάνω επιλέχθηκε η λύση να είναι καθαρά αλγεβρική...

dmargaris@gmail.com