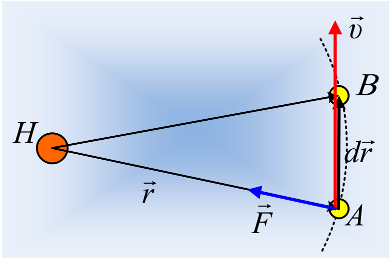
Κεντρική δύναμη και στροφορμή.

Έστω ένα σώμα π.χ. ένας πλανήτης που κινείται με ταχύτητα **υ**, δεχόμενος δύναμη **F** που κατευθύνεται προς ένα σταθερό σημείο Η (κεντρική δύναμη). Δεν μας ενδιαφέρει πόσο είναι το μέτρο της, απλά να έχει κατεύθυνση προς ένα κέντρο..



Έστω ότι σε μια στιγμή βρίσκεται στο σημείο Α και μετά από χρόνο dt στη θέση Β.
Η στροφορμή του σώματος ως προς το σημείο Η παραμένει σταθερή, αφού η δύναμη **F** δεν έχει ροπή ως προς το Η. Έτσι έχουμε:

$$\vec{L} = \sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow m \cdot \vec{r} \times \vec{\upsilon} = \sigma\tau. \Rightarrow$$

$$\vec{r} \times \vec{\upsilon} = \sigma\tau. \Rightarrow \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \sigma\tau\alpha\theta. (1)$$

Αλλά επειδή dt→0, η χορδή ΑΒ=dr μπορεί να ταυτισθεί με το αντίστοιχο τόξο που διαγράφει το σώμα και το διάνυσμα **dr** είναι κάθετο στο διάνυσμα **r** αφού dθ→0 και η σχέση (1) δίνει:
r·(dr/dt)·ημ90° =σταθ. (2)
Όμως το γινόμενο r·dr είναι ίσο με το διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου ΗΑΒ, συνεπώς:

«Ο ρυθμός με τον οποίο η επιβατική ακτίνα ΗΑ διαγράφει εμβαδά είναι σταθερός»

Ή με άλλα λόγια:

«Σε ίσους χρόνους το σώμα διαγράφει ίσα εμβαδά.»

Τι μας θυμίζει; Μα, το δεύτερο νόμο του Keppler, για την κίνηση των πλανητών!!!

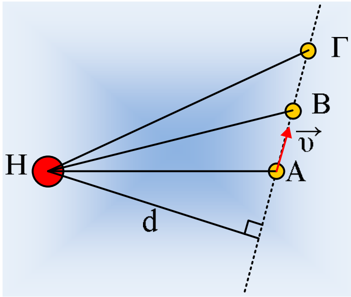
Συμπέρασμα:

Ο νόμος των εμβαδών είναι ισοδύναμος με την αρχή διατήρησης της στροφορμής και αυτό ανεξάρτητα από την τροχιά του σώματος, η οποία μπορεί να είναι κύκλος, έλλειψη, ή παραβολή, π.χ. ένας μη περιοδικός κομήτης.
Ας σημειωθεί ακόμη ότι αυτό θα συνέβαινε ακόμη και αν ο νόμος της Παγκόσμιος έλξης ήταν διαφορετικός π.χ.:

$$F=G\ m_1 \cdot m_2/r\ !!!$$

Το ίδιο συμβαίνει ακόμη και αν δεν ασκείται δύναμη!! Πράγματι:

Έστω ότι το σώμα βρίσκεται στη θέση Α και αφού δεν δέχεται δύναμη, κινείται με σταθερή ταχύτητα και μετά από χρόνο t φτάνει στη θέση Β και μετά από χρόνο ξανά t στη θέση Γ. Προφανώς ΑΒ=ΑΓ=υ·t.



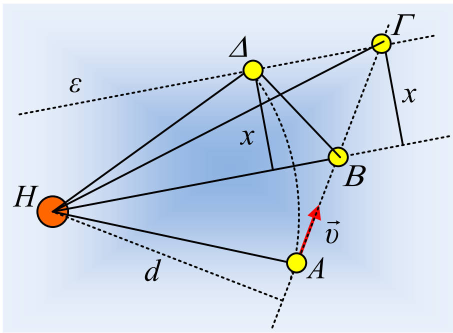
Τα αντίστοιχα εμβαδά των τριγώνων ΗΑΒ και ΗΒΓ είναι:

$$E = \tfrac{1}{2}\,\beta\cdot\upsilon = \tfrac{1}{2}\,(AB)\cdot d = \tfrac{1}{2}\,(B\Gamma)\cdot d.$$

Και τώρα λίγη …. Ιστορία!

Πώς απέδειξε ο Νεύτωνας τον 2° νόμο του Keppler;

Από το **principia**:



Αν δεν ασκείται δύναμη ο πλανήτης θα πήγαινε σε 1s από το Α στο Β και στο επόμενο δευτερόλεπτο από το Β στο Γ, όπου (ΑΒ)=(ΑΓ) και τα τρίγωνα ΗΑΒ και ΗΒΓ θα είχαν ίσα εμβαδά. Επειδή όμως δέχεται δύναμη από τον Ήλιο, ο πλανήτης αλλάζει διεύθυνση σιγά-σιγά και φτάνει στο σημείο Δ, όπου η ευθεία ε είναι παράλληλη στην ΗΒ. Αλλά τα τρίγωνα ΗΒΓ και ΗΒΔ έχουν ίσα εμβαδά, αφού έχουν την ίδια βάση ΗΒ και ίσα ύψη x (η απόσταση μεταξύ των δύο παραλλήλων). Συνεπώς και τα τρίγωνα ΗΑΒ και ΗΒΔ έχουν ίσα εμβαδά..

Η παραπάνω απόδειξη του Νεύτωνα αναφέρεται στο θαυμάσιο βιβλίο του **Richard Feynman: «Ο χαρακτήρας του Φυσικού Νόμου»**, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, που περιέχει 7 διαλέξεις που έδωσε ο Νομπελίστας Φυσικός το 1964.

dmargaris@sch.gr