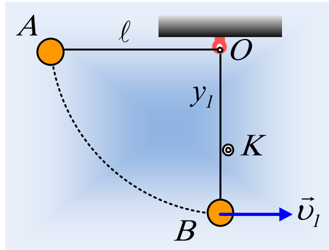
Πέρασε ένας χρόνος και το παιχνίδι διαρκεί! Β



Μια μικρή σφαίρα μάζας m=0,5kg ηρεμεί στο άκρο κατακόρυφου νήματος, μήκους l=1,25m, το άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί σε σταθερό σημείο Ο. Μετακινούμε το σώμα φέρνοντάς το στη θέση Α όπου το νήμα είναι οριζόντιο (αλλά και τεντωμένο) και το αφήνουμε να κινηθεί. Μετά από λίγο το σώμα φτάνει με ταχύτητα υ_1 στην αρχική του θέση Β, με το νήμα κατακόρυφο.

i) Να υπολογίστε την ταχύτητα υ_1 της σφαίρας.

ii) Πόση είναι η τάση του νήματος στην θέση Β;

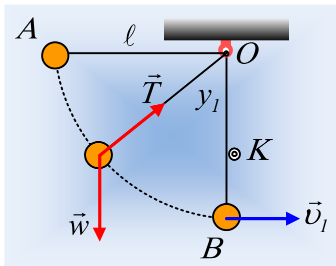
iii) Σε κατακόρυφη απόσταση y_1= 0,8m από το Ο υπάρχει ένα καρφί, πάνω στο οποίο εκτρέπεται το νήμα, με αποτέλεσμα μετά από λίγο η σφαίρα να φτάνει στη θέση Γ, έχοντας κατακόρυφη ταχύτητα υ_2.

α) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας υ_2.

β) Ποιο είναι το μέτρο της τάσης του νήματος στη θέση Γ;

γ) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μεταξύ των θέσεων Β και Γ.

Απάντηση:



i) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση της σφαίρας από τη θέση Α στη θέση Β:

$$K_1 - K_2 = W_w + W_T \rightarrow$$

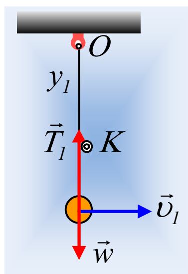
Κατά τη μετατόπιση της σφαίρας από τη θέση Α στη θέση Β, το έργο του βάρους, δεν εξαρτάται από τη διαδρομή (συντηρητική δύναμη) και είναι ίσο:

$$W_w = w \cdot h = mg \cdot \ell$$

Το έργο της τάσης είναι μηδενικό, αφού σε κάθε θέση, η τάση έχει την διεύθυνση της ακτίνας, άρα είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση, η οποία έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης του κύκλου. Έτσι:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - 0 = mg\ell + 0 \rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g\ell} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}25}\,m/s = 5m/s$$

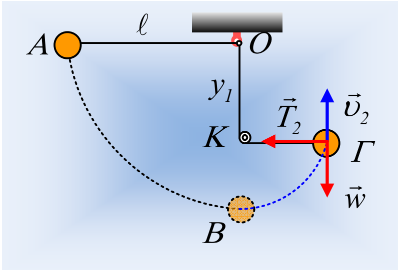


ii) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στη σφαίρα, στη θέση που το νήμα είναι κατακόρυφο. Η σφαίρα εκτελεί κυκλική κίνηση, οπότε:

$$\Sigma F_R = m\frac{\upsilon_1^2}{R} \rightarrow T_1 - mg = m\frac{\upsilon_1^2}{\ell} \rightarrow$$

$$T_1 = mg + m\frac{\upsilon_1^2}{\ell} = 0{,}5 \cdot 10N + 0{,}5\frac{5^2}{1{,}25}N = 15N$$

iii) Στο σχήμα φαίνεται η θέση της σφαίρας τη στιγμή που έχει κατακόρυφη ταχύτητα, θέση Γ, όπου τότε στη θέση αυτή το νήμα είναι οριζόντιο.



α) Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (ΑΔΜΕ) μεταξύ των θέσεων Α και Γ, αφού η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, μια συντηρητική δύναμη, θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη θέση Γ.

$$U_A + K_A = U_\Gamma + K_\Gamma \rightarrow$$

$$mgy_1 + 0 = 0 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 \rightarrow$$

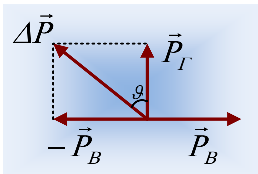
$$\upsilon_2 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}8}m/s = 4m/s$$

β) Στη θέση αυτή η σφαίρα εκτελεί κυκλική τροχιά ακτίνας $R = \ell - y_1 = 1{,}25m - 0{,}8m = 0{,}45m$, ενώ η τάση του νήματος λειτουργεί ως κεντρομόλος:

$$\Sigma F_R = m\frac{\upsilon_2^2}{R} \rightarrow T_2 = m\frac{\upsilon_2^2}{R} \rightarrow$$

$$T_2 = m\frac{\upsilon_2^2}{R} = 0{,}5\frac{4^2}{0{,}45}N \approx 17{,}8N$$

γ) Η ορμή είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος, οπότε η μεταβολή της μεταξύ των θέσεων Β και Γ είναι:



$$\Delta\vec{P}_{B\Gamma} = \vec{P}_\Gamma - \vec{P}_B = \vec{P}_\Gamma + (-\vec{P}_B)$$

Αλλά τότε και με βάση το διπλανό σχήμα, για το μέτρο της μεταβολής της ορμής έχουμε:

$$\Delta P_{B\Gamma} = \sqrt{P_B^2 + P_\Gamma^2} = \sqrt{(m\upsilon_B)^2 + (m\upsilon_\Gamma)^2} = \sqrt{(0{,}5 \cdot 5)^2 + (0{,}5 \cdot 4)^2}kgm/s \approx 3{,}2kgm/s$$

Ενώ σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ, όπου:

$$\varepsilon\varphi\vartheta = \frac{P_B}{P_\Gamma} = \frac{0{,}5 \cdot 5}{0{,}5 \cdot 4} = 1{,}25$$

dmargaris@gmail.com