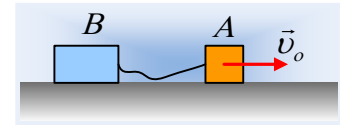


Το τέντωμα του νήματος

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζας $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ αντίστοιχα, τα οποία συνδέονται με ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο έχει μήκος μεγαλύτερο από την απόσταση μεταξύ των σωμάτων, με αποτέλεσμα να είναι χαλαρό.



Σε μια στιγμή το σώμα Α δέχεται στιγμιαίο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$, όπως στο σχήμα.

- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα των δύο σωμάτων μετά το τέντωμα του νήματος.
- ii) Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται κατά τη διάρκεια του τέντωματος του νήματος;

Απάντηση:

- i) Το «μοντέλο» του νήματος που εφαρμόζουμε, είναι ότι μόλις τεντωθεί το νήμα ασκεί δυνάμεις ίσου μέτρου στα δυο σώματα, με αποτέλεσμα το Α να επιβραδύνεται και το Β να επιταχύνεται. Τάση του νήματος θα ασκείται για όσο χρόνο $v_A > v_B$, ενώ μόλις τα δυο σώματα αποκτήσουν ίσες ταχύτητες, η τάση του νήματος μηδενίζεται. Όλα αυτά πραγματοποιούνται σχεδόν «ακαριαία»!

Εφαρμόζουμε για το σύστημα των δύο σωμάτων την αρχή διατήρησης της ορμής και παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} \rightarrow$$

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_K \quad (1)$$

$$v_K = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} = \frac{1 \cdot 4}{1 + 3} \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

- ii) Η μηχανική ενέργεια με χαλαρό το νήμα είναι:

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 \text{ J} = 8 \text{ J}$$

Μετά το τέντωμα του νήματος έχουμε:

$$K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_K^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1^2 \text{ J} = 2 \text{ J}$$

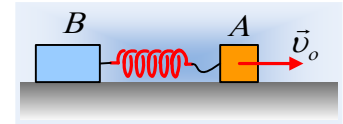
Προφανώς η μηχανική ενέργεια δεν παραμένει σταθερή, αλλά έχουμε απώλεια μηχανικής ενέργειας:

$$\Delta K = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} = 8 \text{ J} - 2 \text{ J} = 6 \text{ J}$$

Σχόλια

- 1) Αν προσέξουμε τη σχέση (1) παραπέμπει άμεσα στην πλαστική κρούση. Το φαινόμενο είναι ακριβώς το ίδιο και κατά το τέντωμα του νήματος αυτού, ενέργεια 6J μετατρέπεται σε θερμική πάνω στο νήμα.
- 2) Πώς θα μπορούσαμε να «δούμε το μοντέλο αυτό;

Ας φανταστούμε ότι αντί για νήμα παρεμβάλλουμε και ένα ιδανικό ελατήριο, το οποίο έχει κατάλληλο μηχανισμό, όπου μόλις εξισωθούν οι δυο ταχύτητες μπλοκάρει το μήκος του. Τι θα γίνει;



Μόλις τεντωθεί το νήμα, το ελατήριο αρχίζει να επιμηκύνεται ασκώντας αντίθετες δυνάμεις στα δυο σώμα μέχρι να εξισωθούν οι ταχύτητες. Τη στιγμή αυτή το ελατήριο έχει κάποια επιμήκυνση άρα και κάποια δυναμική ενέργεια $U = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$. Στο παραπάνω παράδειγμα η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου θα είναι ίση με 6J.

3) Έτσι ακριβώς συμπεριφέρεται το νήμα;

Τα πραγματικά νήματα παρουσιάζουν και κάποια ελαστικότητα! Ας δούμε τι ακριβώς θα συμβεί αν αντί για νήμα, είχαμε ένα ιδανικό λάστιχο που υπακούει στο νόμο του Hooke (ένα νήμα πλήρως ελαστικό). Στην περίπτωση αυτή, το λάστιχο θα ασκούσε δυνάμεις στα δυο σώματα, μέχρι να αποκτήσει ξανά το φυσικό μήκος του. Αλλά τότε από ΑΔΟ και διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, θα παίρναμε:

$$m_1 v_o = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_o^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Η λύση του συστήματος; Μα, οι παραπάνω εξισώσεις παραπέμπουν στην ελαστική κρούση, οπότε:

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_o = \frac{1 - 3}{1 + 3} 4m/s = -2m/s$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_o = \frac{2 \cdot 1}{1 + 3} 4m/s = 2m/s$$

4) Τα πραγματικά βέβαια νήματα, έχουν κάποια ενδιάμεση συμπεριφορά και η αλληλεπίδραση δεν αντιστοιχεί ούτε σε πλαστική, ούτε σε ελαστική κρούση. Έτσι πάντα έχουμε κάποια απώλεια μηχανικής ενέργειας...

dmargaris@gmail.com