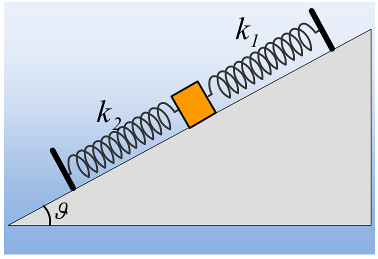
1.1. Μηχανικές Ταλαντώσεις. Ομάδα Ε.

1.1.81. Δυο ΑΑΤ και μία Ταλάντωση.



Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30°, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k_1=40N/m, ενώ εφάπτεται στο ελεύθερο άκρο ενός δεύτερου ελατηρίου σταθεράς k_2=120N/m (χωρίς να έχει δεθεί), το οποίο έχει το φυσικό μήκος του, όπως στο διπλανό σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα, παράλληλα στο επίπεδο, προς τα πάνω κατά 0,4m και τη στιγμή t=0 αφήνεται να κινηθεί.

i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει μια ταλάντωση, αποτελούμενη από τμήματα δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της οποίας να υπολογιστεί η περίοδος.

ii) Να βρεθεί η εξίσωσης της απομάκρυνσης x=f(t) από την αρχική θέση ισορροπίας του και να γίνει η γραφική της παράσταση, σε βαθμολογημένους άξονες, μέχρι να ολοκληρωθεί μια ταλάντωση, παίρνοντας την αρχική απομάκρυνση ως θετική.

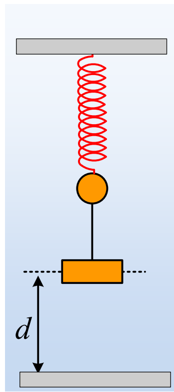
iii) Για τη στιγμή που το σώμα έχει διανύσει διάστημα s=0,5m, να υπολογιστούν:

α) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και

β) Ο ρυθμός μεταβολής της.

Δίνονται g=10m/s^2 και π^2≈10.

1.1.82. Αν κρεμάσουμε και μια πλάκα;



Μια μικρή σφαίρα μάζας m=0,5kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, έχοντάς το επιμηκύνει κατά 10cm. Δένουμε τη σφαίρα με μια πλάκα, μάζας Μ=1,5kg, μέσω αβαρούς νήματος και την συγκρατούμε σε τέτοια θέση, ώστε το νήμα να είναι κατακόρυφο και τεντωμένο, χωρίς να προκαλείται μετακίνηση της σφαίρας. Στη θέση αυτή, η πλάκα απέχει κατά d=0,45m από το έδαφος, όπως στο διπλανό σχήμα.

Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη την πλάκα, η οποία μετά από λίγο φτάνει στο έδαφος όπου και προσκολλάται, ενώ αμέσως κόβουμε και το νήμα. Να υπολογιστούν:

i) Η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας, καθώς και η επιτάχυνσή της:

α) ελάχιστα πριν και

β) ελάχιστα μετά

την κρούση της πλάκας.

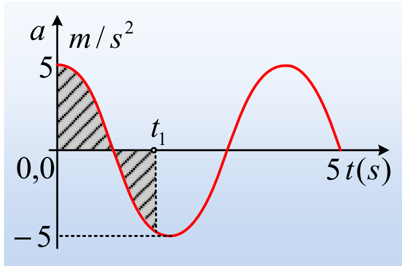
ii) Η μέγιστη ταχύτητα της πλάκας.

iii) Η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, κατά την κρούση της πλάκας με το έδαφος.

iv) Πόση είναι η ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας, μετά και την αφαίρεση του νήματος;

1.1.83. Αν δίνεται το διάγραμμα της επιτάχυνσης.

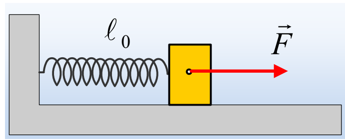
Ένα σώμα μάζας 0,2kg, εκτελεί ΑΑΤ και στο διπλανό σχήμα δίνεται η επιτάχυνσή του σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.
ii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου, στο διάγραμμα α-t, μέχρι τη στιγμή t_1=5/3s.
iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.

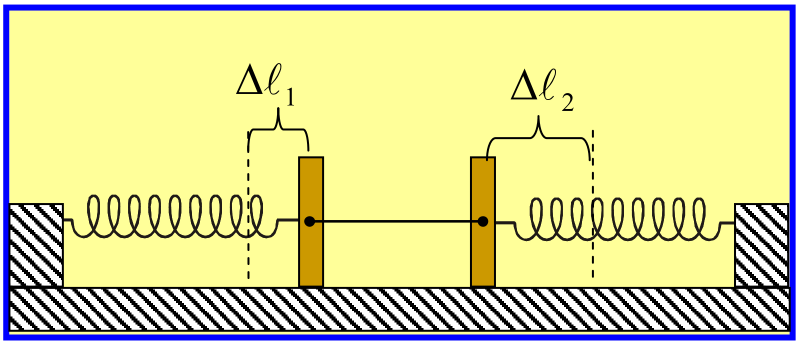
1.1.84. Ασκώντας μια δύναμη για λίγο.

Ένα σώμα, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Σε μια στιγμή t=0, στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=20N, όπως στο σχήμα, μέχρι τη στιγμή που θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος, οπότε και η δύναμη καταργείται.



i) Να αποδείξετε ότι για όσο χρόνο ασκείται η δύναμη F, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ, της οποίας να υπολογίσετε το πλάτος και την ενέργεια ταλάντωσης.
ii) Πόση είναι η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμη F;
iii) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος, μετά την κατάργηση της δύναμης F.
iv) Ποια από τις δύο ταλαντώσεις έχει μεγαλύτερη περίοδο και γιατί;

1.1.85. Δυο δεμένα σώματα ταλαντεύονται.

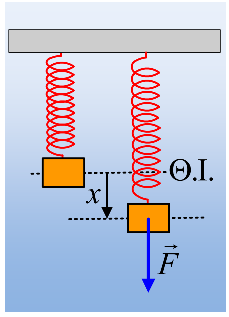


Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 4kg$. Τα ελατήρια σταθερές $k_1 = 400\frac{N}{m}$ και $k_2 = 100\frac{N}{m}$.

Το νήμα είναι μη εκτατό και αβαρές. Όταν το σύστημα ισορροπεί το ελατήριο 1 έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell_1 = 0,1m$.

Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης των δύο σωμάτων ώστε το νήμα να παραμένει τεντωμένο;

1.1.86. Μια ταλάντωση μετά τη δράση μεταβλητής δύναμης.



Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη **F**, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση F=90-450x (μονάδες στο S.I.), όπου x η απόσταση από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος. Η δύναμη παύει να ασκείται στη θέση μηδενισμού της.

i) Σε ποια θέση βρίσκεται το σώμα τη στιγμή που μηδενίζεται η ασκούμενη δύναμη;

ii) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F;

iii) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή μηδενισμού της δύναμης F.

iv) Να αποδείξετε ότι στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να υπολογίστε το πλάτος ταλάντωσής του.

1.1.87. Δύο Ταλαντώσεις με δράση μεταβλητής δύναμης.

1η .

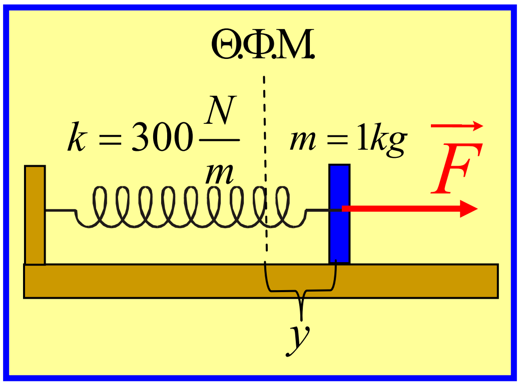
Ένας απλός αρμονικός ταλαντωτής, αρχικά ακίνητος, δέχεται χωροεξαρτώμενη δύναμη $F = 20 + 200 \cdot y$ (S.I)

i) Σε ποια θέση έχουμε ισορροπία;

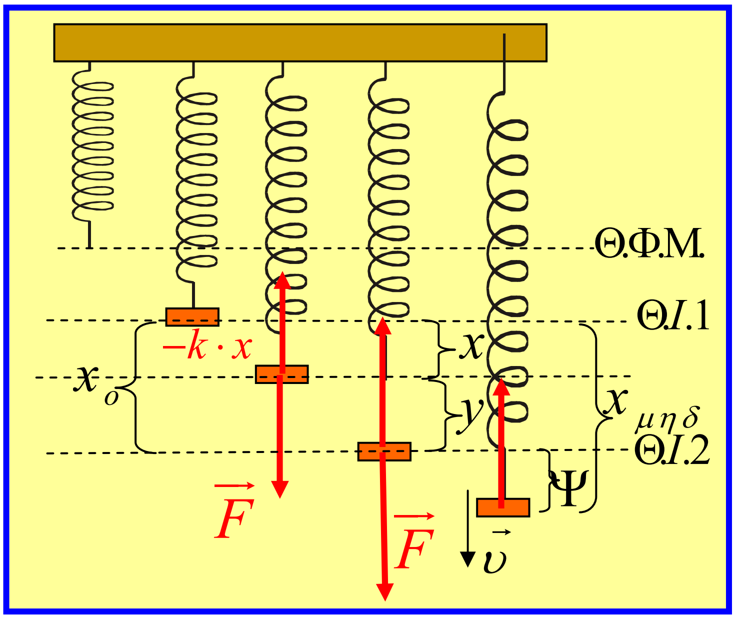
ii) Δείξτε ότι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

iii) Ποια είναι η περίοδος της ταλάντωσης;

iv) Ποιο το πλάτος της;



2η .



Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη **F**, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση F=200-300x (μονάδες στο S.I.), όπου x η απόσταση από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος.

Η δύναμη παύει να ασκείται στη θέση μηδενισμού της.

i) Δείξτε ότι το σώμα εκτελεί α.α.τ.

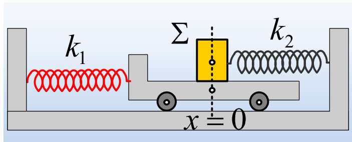
ii) Υπολογίσατε το πλάτος της.

iii) Υπολογίσατε την ταχύτητα του σώματος όταν η δύναμη μηδενίζεται.

iv) Πόσο θα απομακρυνθεί το σώμα από την αρχική του θέση;

5. Το έργο της δύναμης F.

1.1.88. Αμαξίδιο και σώμα σε ταλαντώσεις.



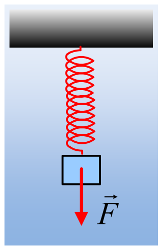
Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα αμαξίδιο μάζας M=3kg, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_1=120N/m. Πάνω στο αμαξίδιο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m=1kg, δεμένο και αυτό στο άκρο δεύτερου οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_2=130N/m, όπως στο σχήμα, χωρίς να αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων . Θεωρούμε ότι τα κέντρα μάζας των δύο σωμάτων βρίσκονται στη θέση x=0. Τραβάμε αργά-αργά το αμαξίδιο προς τα αριστερά μετακινώντας το κατά d=0,2m και τη στιγμή t=0, το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Αν δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ αμαξιδίου και σώματος Σ, θεωρώντας την προς τα αριστερά κατεύθυνση ως θετική να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις x=x(t) της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, σε βαθμολογημένους άξονες.

ii) Αν υπάρχουν τριβές μεταξύ σώματος και αμαξιδίου, με αποτέλεσμα να μην παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ τους, να γίνει το διάγραμμα x=x(t) της θέσης του συστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής τριβής, μεταξύ των δύο σωμάτων για την παραπάνω κίνηση.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

1.1.89. Ταλαντώσεις με άσκηση παροδικής δύναμης.



Ένα σώμα μάζας m=1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m^2. Σε μια στιγμή, έστω t=0, δέχεται την επίδραση μιας σταθερής κατακόρυφης δύναμης μέτρου F=20N, μέχρι τη στιγμή t_1=1,75s, όπου η δύναμη παύει να ασκείται.

i) Να αποδείξετε ότι στο παραπάνω χρονικό διάστημα 0-t_1, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ, υπολογίζοντας το πλάτος και την ενέργεια ταλάντωσης.

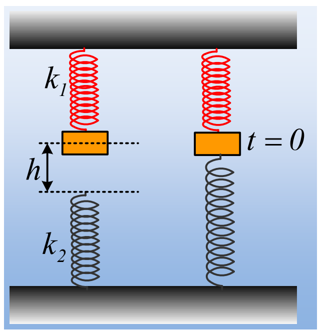
ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1.

iii) Να υπολογίσετε το έργο της ασκούμενης δύναμης F.

iv) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος, μετά την κατάργηση της δύναμης F.

Δίνεται g=10m/s^2 και $\pi^2 \approx 10$.

1.1.90. Δυο ταλαντώσεις με δύο κατακόρυφα ελατήρια.



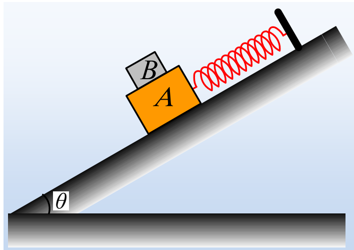
Ένα σώμα μάζας 1kg, ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k_1=30N/m, απέχοντας απόσταση h=0,8m από το άνω άκρο ενός δεύτερου κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k_2=10N/m. Οι άξονες των δύο ελατηρίων ταυτίζονται. Τραβάμε το κάτω ελατήριο και δένουμε το άκρο του με το σώμα και σε μια στιγμή (t=0) αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί.

i) Να αποδείξτε ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ, υπολογίζοντας το πλάτος και την ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Τη χρονική στιγμή t_1=16/3 s το κάτω ελατήριο λύνεται. Να βρείτε το πλάτος και την ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος.

Δίνεται g=10m/s^2.

1.1.91. Μια ταλάντωση και η τριβή.



Ένα σώμα Α μάζας Μ=3kg ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Τη στιγμή t_0=0, αφήνουμε πάνω στο σώμα Α, ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας m=1kg, το οποίο εμφανίζει με το σώμα Α συντελεστή οριακής στατικής τριβής μ_s=1.

i) Τι θα συμβεί μόλις αφήσουμε ελεύθερο το Β σώμα;

α) Θα ισορροπήσει.

β) Θα κινηθεί προς τα κάτω, γλιστρώντας πάνω στο Α σώμα, το οποίο παραμένει στη θέση του.

γ) Θα κινηθεί προς τα κάτω, συμπαρασύροντας στην κίνησή του και το Α σώμα.

ii) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Β.

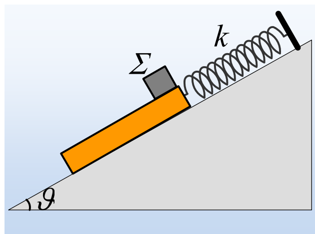
iii) Να αποδείξτε ότι το σύστημα των δύο σωμάτων Α και Β, θα εκτελέσει ΑΑΤ, υπολογίζοντας και το πλάτος ταλάντωσής του.

iv) Θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, να βρεθεί η εξίσωση της επιτάχυνσης του συστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

v) Να γίνει η γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο Β σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται g=10m/s^2, ημθ=0,6 και συνθ=0,8.

1.1.92. Η ταλάντωση της σανίδας λόγω τριβής.



Μια σανίδα μάζας Μ=2kg και μήκους ℓ, ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, δεμένη στο ένα άκρο της με το άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή (t_0=0) αφήνουμε στο πάνω άκρο της, ένα σώμα Σ, μάζας m=1kg, αμελητέων διαστάσεων, το οποίο παρουσιάζει με τη σανίδα συντελεστές τριβής μ=μ_s=3/8.

i) Να δείξετε ότι το σώμα Σ θα ολισθήσει πάνω στη σανίδα, υπολογίζοντας στη συνέχεια και την επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

ii) Να αποδείξτε ότι και η σανίδα θα κινηθεί, υπολογίζοντας την αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

iii) Να αποδειχθεί ότι, για όσο χρόνο το σώμα Σ κινείται σε επαφή με τη σανίδα, αυτή εκτελεί αρμονική ταλάντωση, υπολογίζοντας την περίοδο και το πλάτος ταλάντωσης.

iv) Αν το Σ εγκαταλείπει τη σανίδα τη στιγμή t_1=1s, να βρεθούν:

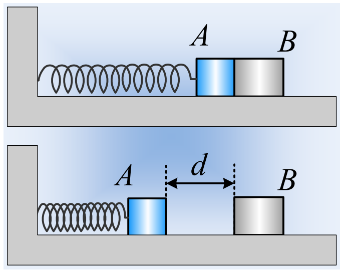
α) Το μήκος ℓ της σανίδας.

β) Η ενέργεια της νέας ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει η σανίδα, μετά την απομάκρυνση του σώματος Σ.

γ) Η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την κίνηση του σώματος Σ πάνω στη σανίδα.

Δίνονται ημθ=0,6, συνθ=0,8, $\pi^2 \approx 10$ και g=10m/s^2.

1.1.93. Ταλαντώσεις και κρούσεις…



Το σώμα Α μάζας m=0,2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=20N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα Α βρίσκεται σε επαφή με δεύτερο σώμα Β, μάζας Μ.

Εκτρέπουμε το σώμα Α προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά d=0,4m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί, οπότε μετά από λίγο, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Β.

i) Αν το σώμα Β έχει μάζα Μ=0,6kg, να υπολογιστούν:

α) Η ταχύτητα του σώματος Α πριν και μετά την κρούση.

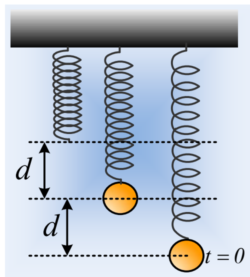
β) Η απόσταση των δύο σωμάτων, τη στιγμή που θα μηδενιστεί για δεύτερη φορά (μετά την κρούση) η ταχύτητα του Α σώματος, καθώς και το διάστημα που θα έχει διανύσει μέχρι τη στιγμή αυτή, κάθε σώμα.

ii) Αν Μ=3kg, ζητούνται:

α) Η μεταβολή της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σώματος Α, στη διάρκεια της κρούσης του με το σώμα Β.

β) Να αποδειχθεί ότι τα δυο σώματα θα συγκρουσθούν ξανά για δεύτερη φορά.

1.1.94. Οι δυναμικές ενέργειες μεταβάλλονται.



Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά d. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω επίσης κατά d και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε εκτελεί ΑΑΤ. Τη στιγμή t_1=T/3, όπου Τ η περίοδος ταλάντωσης, το σώμα περνά από μια θέση Γ. Για τη θέση αυτή και θεωρώντας θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση, να βρεθούν:

i) Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος.

iii) Το ποσοστό της ενέργειας ταλάντωσης, το οποίο εμφανίζεται με τη μορφή της κινητικής ενέργειας του σώματος.

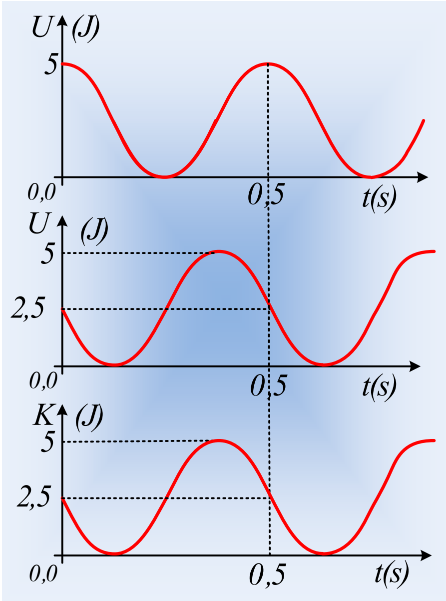
iv) Αν η κινητική ενέργεια του σώματος, στη θέση Γ, μειώνεται κατά 10J/s, να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής:

α) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

β) της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

1.1.95. Διαγράμματα δυναμικής ενέργειας.



Ένα υλικό σημείο μάζας 1kg εκτελεί ΑΑΤ και στο πρώτο διάγραμμα δίνεται η δυναμική του ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Να βρεθούν η περίοδος και το πλάτος ταλάντωσης.

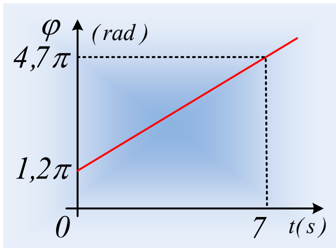
ii) Να γίνει η γραφική παράσταση x=x(t) της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

iii) Αν το διάγραμμα είχε τη μορφή του δεύτερου σχήματος, ποια μορφή θα είχε η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης, αν τη στιγμή t=0, το σώμα κινείται προς την θετική κατεύθυνση;

iv) Τη στιγμή t=0, το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα κινητικής ενέργειας, έχει τη μορφή του τρίτου διαγράμματος. Να γίνει ξανά η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

1.1.96. Η φάση και η αρχική φάση της απομάκρυνσης σε μια ΑΑΤ.



Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

i) Πόση είναι η αρχική φάση και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της φάσης της απομάκρυνσης;

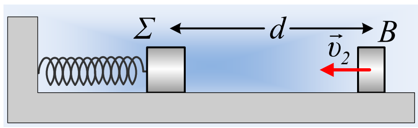
ii) Να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης του σώματος.

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της φάσης της ταχύτητας σε χρονικό διάστημα Δt=6s.

iv) Αν κάποια στιγμή t_1 το σώμα έχει ταχύτητα $υ_1$=2m/s, να βρεθεί η ταχύτητά του τη στιγμή $t_2=t_1+10$s.

Δίνεται ότι για την απομάκρυνση ισχύει η γνωστή εξίσωση του σχολικού βιβλίου.

1.1.97. Ενέργειες ταλάντωσης, μετά από κρούσεις.



Το σώμα Σ, μάζας Μ=1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m. Το σώμα Β, μάζας m=0,5kg κινείται με ταχύτητα $υ_2$=3m/s, πάνω στον άξονα του ελατηρίου, με κατεύθυνση προς το Σ. Εκτρέπουμε το Σ προς τα αριστερά, συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Δℓ=0,2m και σε μια στιγμή t_0=0, όπου η απόσταση των δύο σωμάτων είναι d, το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

i) Να υπολογιστεί η αρχική απόσταση d μεταξύ των δύο σωμάτων.

ii) Να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, μετά την κρούση.

iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα αφήνουμε άλλη στιγμή το σώμα Σ να ταλαντωθεί, με αποτέλεσμα ελάχιστα πριν την κρούση, να έχει ταχύτητα $υ_1$=0,6m/s, με φορά προς τα δεξιά. Πόση θα είναι τώρα η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, μετά την κρούση;

vi) Ποιες οι δυνατές τιμές (αλγεβρικές) της ταχύτητας του σώματος Β, μετά την κρούση για διαφορετικές θέσεις κρούσης;

v) Να υπολογιστούν η μέγιστη και η ελάχιστη ενέργεια ταλάντωσης, την οποία μπορεί να αποκτήσει το Σ, μετά από ανάλογες κρούσεις με το σώμα Β, θεωρώντας πάντα σταθερή την ταχύτητα $υ_2$ του σώματος Β, πριν την κρούση.

Δίνεται $π^2≈10$.