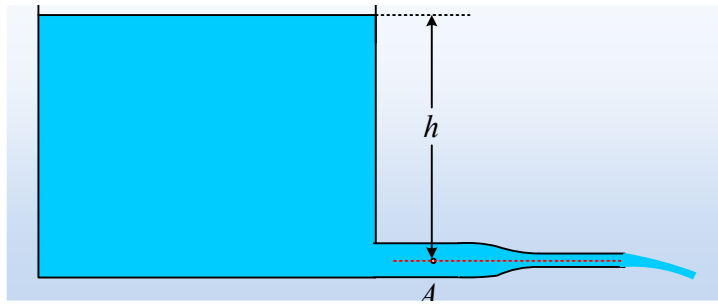


## Μια μόνιμη ροή και η πίεση



Κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής, συνδέεται ένας χονδρός οριζόντιος σωλήνας διατομής  $A_1$ , ο οποίος καταλήγει σε δεύτερο διατομής  $A_2 = \frac{1}{2} A_1$ . Μέσω των σωλήνων αυτών έχει αποκατασταθεί μια μόνιμη ροή νερού, το οποίο θεωρούμε ιδανικό ρευστό με παροχή  $\Pi_1$ .

i) Η πίεση στο σημείο A έχει τιμή:

α)  $p_A = p_{\text{ατμ}}$ , β)  $p_A = p_{\text{ατμ}} + \frac{1}{2} \rho gh$ , γ)  $p_A = p_{\text{ατμ}} + \frac{3}{4} \rho gh$ , δ)  $p_A = p_{\text{ατμ}} + \rho gh$

ii) Αν ο σωλήνας δεν στένευε αλλά είχε σταθερή διατομή  $A_1$ , τότε για την παροχή  $\Pi_2$  θα είχαμε:

α)  $\Pi_2 = \Pi_1$ , β)  $\Pi_2 = 2\Pi_1$ , γ)  $\Pi_2 = 4\Pi_1$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

### Απάντηση.

i) Από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων A και ενός σημείου B στην έξοδο του σωλήνα παίρνουμε:

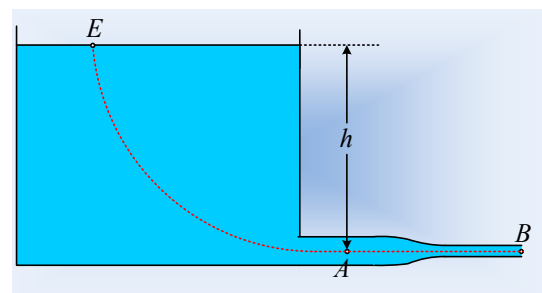
$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \quad (1)$$

Αλλά από την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές στα σημεία A και B παίρνουμε:

$$A_A \cdot v_A = A_B \cdot v_B \rightarrow A_1 \cdot v_A = \frac{1}{2} A_1 \cdot v_B \rightarrow v_A = \frac{1}{2} v_B \quad (2)$$

Παίρνοντας τώρα την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων B και ενός σημείου E στην επιφάνεια της δεξαμενής, κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής παίρνουμε:

$$p_E + \frac{1}{2} \rho v_E^2 + \rho gh = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$



Αλλά η ταχύτητα στο σημείο E είναι σχεδόν μηδενική, αφού το εμβαδόν της επιφάνειας είναι πολύ μεγαλύτερο του εμβαδού στο άκρο A του σωλήνα, οπότε:

$$v_B = \sqrt{2gh} \quad (\text{θεώρημα Torricelli}) \quad (3)$$

Και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\frac{l}{4}v_B^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$$
$$p_A + \frac{1}{2}\rho\frac{l}{4}2gh = p_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho\cdot 2gh \rightarrow$$
$$p_A = p_{ατμ} + \frac{3}{4}\rho gh$$

Σωστό το γ).

- ii) Από την εξίσωση (3) (θεώρημα **Torricelli**) για την ταχύτητα εκροής στο άκρο B, προκύπτει ότι αυτή δεν εξαρτάται από το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα. Αλλά τότε για τις παροχές έχουμε:

$$Π_1 = A_2 \cdot v \quad \text{και} \quad Π_2 = A_1 \cdot v$$

$$\text{Οπότε} \quad Π_2 = A_1 v_B = 2A_2 v = 2Π_1$$

Σωστό το β).

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)