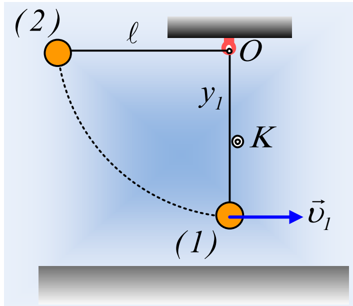
Παίζοντας με ένα βαρύδι στο άκρο νήματος. Α.



Μια μικρή σφαίρα μάζας m=0,5kg ηρεμεί στο άκρο κατακόρυφου νήματος, μήκους l=1,25m, το άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί σε σταθερό σημείο Ο, σε ύψος Η=1,5m από το έδαφος. Μετακινούμε το σώμα φέρνοντάς το στη θέση (2) όπου το νήμα είναι οριζόντιο (αλλά και τεντωμένο) και το αφήνουμε να κινηθεί. Μετά από λίγο το σώμα φτάνει με ταχύτητα υ_1 στην αρχική του θέση (1), με το νήμα κατακόρυφο.

i) Να σχεδιάστε στο σχήμα τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης και να υπολογίστε τα έργα τους.

ii) Να υπολογίστε την ταχύτητα υ_1 της σφαίρας.

iii) Θεωρώντας ότι η δυναμική ενέργεια ενός σώματος είναι μηδενική στο έδαφος, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στην θέση (1) με ταχύτητα υ_1.

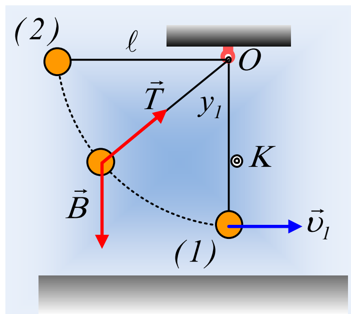
iv) Σε κατακόρυφη απόσταση y_1= 0,8m από το Ο υπάρχει ένα καρφί, πάνω στο οποίο εκτρέπεται το νήμα, με αποτέλεσμα μετά από λίγο το νήμα να γίνεται οριζόντιο και η σφαίρα να φτάνει στη θέση Γ, θέση (3), έχοντας κατακόρυφη ταχύτητα υ_2. Τη στιγμή αυτή το νήμα κόβεται.

α) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας υ_2.

β) Ποιο είναι το μέγιστο ύψος από το έδαφος, που θα φτάσει η σφαίρα;

γ) Να σχεδιάστε την επιτάχυνση της σφαίρας στη θέση (3), μόλις κοπεί το νήμα και στο μέγιστο ύψος (θέση (4)).

Απάντηση:



i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα σε μια τυχαία θέση της διαδρομής της, είναι το βάρος και η τάση του σχήματος, όπως στο διπλανό σχήμα.

Κατά τη μετατόπιση της σφαίρας από τη θέση (2) στη θέση (1), το έργο του βάρους, δεν εξαρτάται από τη διαδρομή (συντηρητική δύναμη) και είναι ίσο:

$$W_B=B\cdot h=mg\cdot \ell=0,5\cdot 10\cdot 1,25J=6,25J$$

Το έργο της τάσης είναι μηδενικό, αφού σε κάθε θέση, η τάση έχει την διεύθυνση της ακτίνας, άρα είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση, η οποία έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης του κύκλου.

ii) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση από τη θέση (2) στη θέση (1):

$$K_1-K_2=W_B+W_T\rightarrow \ \frac{1}{2}m\upsilon_1^2-0=W_B+0\ \rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2W_B}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}25}{0{,}5}} m/s = 5m/s$$

iii) Η μηχανική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στην θέση (1) είναι:

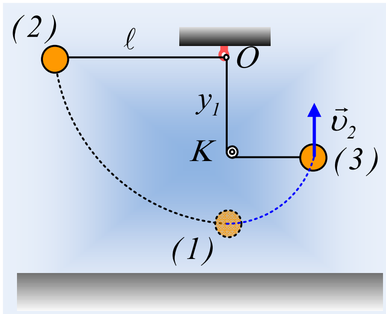
$$E_{\mu\eta\chi} = U_1 + K_1 = mg(H-\ell) + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = 0{,}5\cdot 10(1{,}5-1{,}25)J + 6{,}25J = 7{,}5J$$

Σημείωση:

Κατά τη διάρκεια της κίνησης της σφαίρας, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Έτσι θα μπορούσαμε να βρούμε την ενέργεια στη θέση (1), υπολογίζοντας τη μηχανική ενέργεια τη στιγμή που ξεκινά την κίνησή της, στη θέση (2):

$$E_{\mu\eta\chi} = U_2 + K_2 = mgH = 0{,}5\cdot 10\cdot 1{,}5J = 7{,}5J$$

iv) Στο σχήμα φαίνεται η θέση της σφαίρας τη στιγμή που έχει κατακόρυφη ταχύτητα, θέση (3), ενώ στη θέση αυτή το νήμα έχει γίνει οριζόντιο.



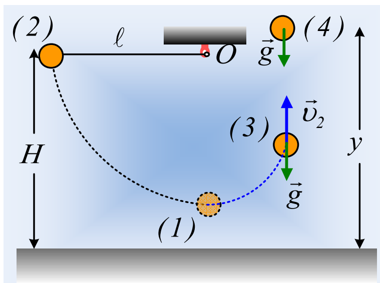
α) Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (ΑΔΜΕ) μεταξύ των θέσεων (2) και (3), αφού η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, μια συντηρητική δύναμη.

$$U_2 + K_2 = U_3 + K_3 \rightarrow$$

$$mgH + 0 = mg(H - y_1) + \frac{1}{2}m\upsilon_3^2 \rightarrow$$

$$0 = -mgy_1 + \frac{1}{2}m\upsilon_3^2 \rightarrow \upsilon_3 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}8}m/s = 4m/s$$

β) Έστω ότι η σφαίρα φτάνει στη θέση (4) σε ύψος y από το έδαφος, όπου και μηδενίζεται η ταχύτητά της, πριν κινηθεί προς τα κάτω και πέσει στο έδαφος. Εφαρμόζουμε ξανά την ΑΔΜΕ μεταξύ των θέσεων (2) και (4) και παίρνουμε:



$$U_2 + K_2 = U_4 + K_4 \rightarrow$$

$$mgH + 0 = mgy + 0 \ \rightarrow \ y = H$$

Δηλαδή η σφαίρα φτάνει στο ίδιο ύψος (1,5m) από το έδαφος με την θέση από όπου ξεκίνησε.

γ) Στη διάρκεια της κατακόρυφης μετακίνησης της σφαίρας από τη θέση (3), μέχρι και την (4) η μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος, οπότε η κίνηση γίνεται με σταθερή επιτάχυνση, ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας, όπως φαίνεται στο σχήμα.

dmargaris@gmail.com