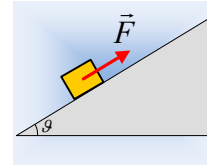


Υπολογίστε τα έργα

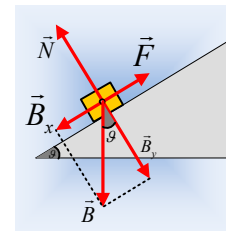
Ένα σώμα μάζας 2kg τοποθετείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, ενώ ασκούμε πάνω του μέσω νήματος δύναμη F , παράλληλη με το επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το σώμα παρουσιάζει με το επίπεδο τριβή, όπου $\mu_s=\mu=0,5$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν τα έργα της δύναμης F και της τριβής, από τη στιγμή t_0 , έως τη στιγμή $t_1=6\text{s}$, όταν το μέτρο της δύναμης είναι:



- i) $F=F_1=2\text{N}$, ii) $F=F_2=9\text{N}$, iii) $F=F_3=18\text{N}$ και iv) $F=F_4=24\text{N}$.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις (εκτός της τριβής) που ασκούνται στο σώμα. Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες, μια B_x παράλληλη στο επίπεδο και μια B_y κάθετη στο επίπεδο. Η γωνία που σχηματίζει το βάρος με την συνιστώσα B_y (σημειωμένη στο σχήμα) είναι ίση με τη κλίση του επιπέδου, αφού πρόκειται για οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές. Αλλά τότε:



$$\eta\mu\theta = \frac{B_x}{B} \rightarrow B_x = B \cdot \eta\mu\theta = mg \cdot \eta\mu\theta = 2 \cdot 10 \cdot 0,6\text{N} = 12\text{N}$$

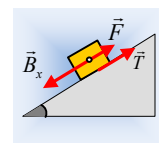
$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{B_y}{B} \rightarrow B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 2 \cdot 10 \cdot 0,8\text{N} = 16\text{N}$$

Αλλά το σώμα ισορροπεί στην διεύθυνση y , οπότε $\Sigma F_y=0$ ή $N=B_y=16\text{N}$.

Στο σώμα μπορεί να ασκηθεί στατική τριβή με μέγιστο μέτρο (οριακή στατική τριβή):

$$T_{op}=\mu_s N=\mu N=0,5 \cdot 16\text{N}=8\text{N}$$

- i) Αν $F=F_1=2\text{N}<B_x$, το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω, αλλά τότε εμφανίζεται τριβή με φορά προς τα πάνω, όπως στο διπλανό σχήμα, (έχουν σχεδιαστεί μόνο οι δυνάμεις οι παράλληλες στο επίπεδο). Η δύναμη που τείνει να το επιταχύνει προς τα κάτω είναι $B_x-F_1=12\text{N}-2\text{N}=10\text{N}$, αλλά τότε η τριβή, που «αντιστέκεται» θα πάρει τη μέγιστη τιμή της $T_{op}=8\text{N}$, δεν θα μπορέσει όμως να ισορροπήσει το σώμα, το οποίο θα κινηθεί προς τα κάτω και η τριβή, θα είναι πια τριβή ολίσθησης, μέτρου $T=8\text{N}$. Παίρνοντας την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική έχουμε:



$$\Sigma F_x=m a_1 \rightarrow B_x-F_1-T=m \cdot a_1 \rightarrow a_1 = \frac{B_x - F_1 - T}{m} = \frac{12\text{N} - 2\text{N} - 8\text{N}}{2\text{kg}} = 1\text{m/s}^2.$$

Έτσι το σώμα μέχρι τη στιγμή t_1 μετατοπίζεται κατά:

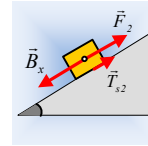
$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6^2 \text{m} = 18\text{m}$$

Με βάση αυτά, για τα ζητούμενα έργα έχουμε:

$$W_{F_1} = F_1 \cdot x_1 \cdot \cos 180^\circ = -F_1 \cdot x_1 = -2 \cdot 18 J = -36 J$$

$$W_T = T \cdot x_1 \cdot \cos 180^\circ = -T \cdot x_1 = -8 \cdot 18 J = -144 J$$

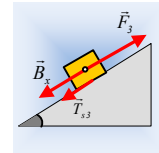
- ii) Αν $F=F_2=9N$, η δύναμη που τείνει να επιταχύνει προς τα κάτω το σώμα έχει μέτρο $B_x-F_2=3N$, οπότε θα κάνει την εμφάνισή της δύναμη στατικής τριβής, μέτρου $T_{s2}=3N$, με αποτέλεσμα το σώμα να ισορροπήσει.



Από τη στιγμή όμως που δεν μετακινείται το σώμα:

$$W_{F_2} = W_{T_{s2}} = 0$$

- iii) Αν $F=F_3=18N$, τότε αφού $F_3 > B_x$, το σώμα τείνει να επιταχυνθεί προς τα πάνω από δύναμη μέτρου $F_3-B_x=6N$, οπότε θα εμφανιστεί στατική τριβή με μέτρο $6N$, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα το σώμα να ισορροπήσει ξανά.



Έτσι και πάλι:

$$W_{F_3} = W_{T_{s3}} = 0$$

- iv) Στην περίπτωση που $F=F_4=24N$, με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε $F_4-B_x=12N$, αλλά στατική τριβή με μέτρο $12N$ δεν μπορεί να αναπτυχθεί. Το σώμα επιταχύνεται προς τα πάνω και η τριβή είναι τριβή ολίσθησης μέτρου $T=8N$. Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα, λαμβάνοντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, έχουμε:

$$\Sigma F_x = m a_4 \rightarrow F_4 - B_x - T = m \cdot a_4 \rightarrow a_4 = \frac{F_4 - B_x - T}{m} = \frac{24 N - 12 N - 8 N}{2 kg} = 2 m / s^2.$$

Συνεπώς το σώμα μετατοπίζεται προς τα πάνω κατά:

$$x_4 = \frac{1}{2} a_4 t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2 m = 36 m$$

Και τα ζητούμενα έργα:

$$W_{F_4} = F_4 \cdot x_4 = 24 N \cdot 36 m = 864 J$$

$$W_T = -T \cdot x_4 = -8 N \cdot 36 m = -288 J$$

dmargaris@gmail.com