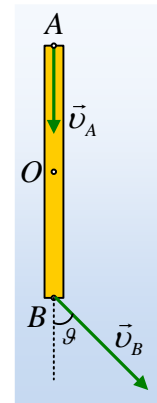


Η κίνηση μιας σανίδας.

Μια λεπτή ομογενής σανίδα κινείται οριζόντια, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή ($t=0$) βρίσκεται στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα (κάτωψη), όπου το άκρο A έχει ταχύτητα $v_A=4\text{m/s}$, ενώ η ταχύτητα του άκρου B σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα της σανίδας, όπου $\epsilon\theta=1,5$.



i) Η κίνηση της σανίδας είναι:

α) Μεταφορική, β) στροφική, γ) σύνθετη.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

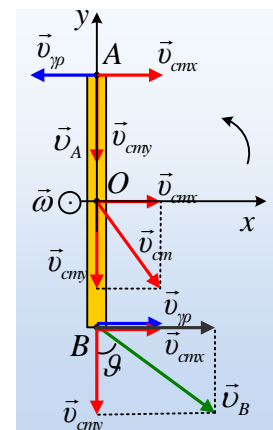
ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μέσου O της σανίδας.

iii) Σε πόσο χρόνο το άκρο A θα έχει ξανά την ίδια ταχύτητα v_A .

Απάντηση:

i) Η κίνηση της σανίδας δεν είναι μεταφορική, αφού τα άκρα της A και B δεν έχουν ίσες ταχύτητες. Αν η σανίδα στρέφεται, θα στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της O. Αλλά στην περίπτωση αυτή, τα άκρα A και B θα πρέπει να εκτελούν κυκλική κίνηση με κέντρο το O και οι ταχύτητές τους θα ήταν κάθετες στη ράβδο. Άρα η κίνηση δεν είναι στροφική. Έτσι σωστό είναι το γ), θεωρώντας την κίνηση σύνθετη, οπότε θα μπορούσαμε να την μελετήσουμε ως επαλληλία μιας μεταφορικής κίνησης με ταχύτητα $v_{cm}=v_0$ και μιας στροφικής με γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το O.

ii) Έστω ότι το κέντρο μάζας O της σανίδας κινείται έχοντας ταχύτητα \vec{v}_{cm} όπως στο διπλανό σχήμα. Η ταχύτητα αυτή αναλύεται σε δυο συνιστώσες v_x και v_y πάνω στους άξονες x και y που φαίνονται στο σχήμα. Τις ίδιες ταχύτητες (προφανώς με τις ίδιες συνιστώσες) έχουν όλα τα σημεία της σανίδας, άρα και τα άκρα A και B. Αλλά για να είναι η ταχύτητα του A πάνω στον άξονα y, θα πρέπει η σανίδα να στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού με γωνιακή ταχύτητα ω , έτσι ώστε το άκρο A να έχει και γραμμική ταχύτητα $v_{\gamma\rho}=\omega \cdot R$, αντίθετη της v_{cmx} .

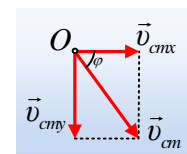


Παίρνοντας την ταχύτητα στο άκρο B, όπως στο σχήμα, έχουμε:

$$\epsilon\theta = \frac{v_{Bx}}{v_{cmy}} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{v_{cmx} + v_{\gamma\rho}}{v_{cmy}} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{2v_{cmx}}{v_A} \rightarrow$$

$$v_{cmx} = \frac{3}{4}v_A = \frac{3}{4} \cdot 4\text{m/s} = 3\text{m/s}$$

Εξάλλου η ταχύτητα του σημείου A, είναι ίση με την συνιστώσα v_{cmy} ,



οπότε:

$$v_{cm} = \sqrt{v_{cmx}^2 + v_{cm y}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ m/s} = 5 \text{ m/s}$$

$$\text{Και } \epsilon\phi\phi = \frac{v_{cm y}}{v_{cm x}} = \frac{4}{3}$$

iii) Επιστρέφοντας στο σημείο Α, έχουμε:

$$v_{A,x} = v_{cmx} - v_{\gamma\rho} = 0 \rightarrow \omega \frac{\ell}{2} = v_{cmx} \rightarrow \omega = \frac{2v_{cmx}}{\ell} \rightarrow$$

$$\omega = \frac{2 \cdot 3}{2} \text{ rad/s} = 3 \text{ rad/s}$$

Το σημείο Α, θα έχει ξανά την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα $v_A = v_{cm y}$, μόλις ολοκληρώσει μια περιστροφή, συνεπώς τη χρονική στιγμή $t_1 = T$, όπου T η περίοδος περιστροφής. Αλλά:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3} \text{ s} \approx 2,1 \text{ s}$$

Συνεπώς τη χρονική στιγμή $t_1 = 2,1 \text{ s}$ η σανίδα θα βρεθεί ξανά με τον αρχικό προσανατολισμό, οπότε το άκρο Α θα έχει ξανά την ίδια ταχύτητα, ίση με την $v_{cm y}$.

dmargaris@gmail.com