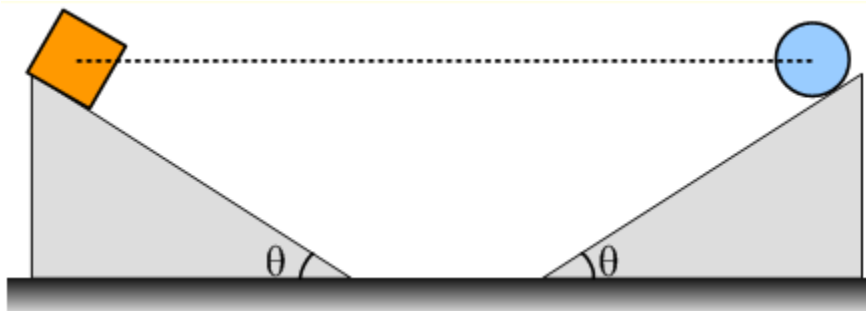


## Ολίσθηση κύβου και κυλίνδρου

Κατά μήκος δυο ομοίων κεκλιμένων επιπέδων και από το ίδιο ύψος αφήνονται να κινηθούν δύο ομογενή στερεά, ένας κύβος και ένας κύλινδρος της ίδιας μάζας  $m$ . Τα δύο σώματα παρουσιάζουν με τα επίπεδα τον ίδιο συντελεστή τριβής και ολισθαίνουν κατά μήκος των δύο επιπέδων.

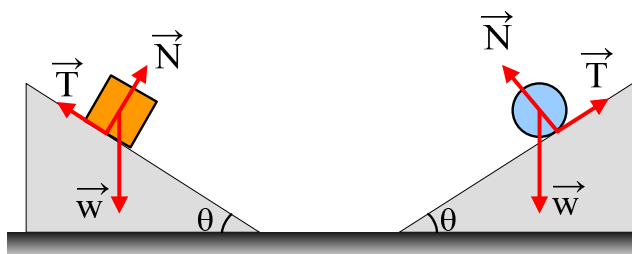


Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.

- Στο οριζόντιο επίπεδο θα φτάσει πρώτος ο κύλινδρος επειδή περιστρέφεται.
- Ο κύβος θα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο με μεγαλύτερη ταχύτητα κέντρου μάζας.
- Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα έχει τελικά ο κύλινδρος.

### Απάντηση:

Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα, τα οποία αφού ολισθαίνουν δέχονται δύναμη τριβής ολίσθησης  $T = \mu \cdot N = \mu mg \cdot \sin \theta$



Για την κίνηση του κύβου:

$$mg \sin \theta - T = ma_1$$

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου:

$$mg \sin \theta - T = ma_2$$

Συνεπώς τα δύο στερεά θα κινηθούν με την ίδια επιτάχυνση και θα φτάσουν στο οριζόντιο επίπεδο, μετά από ίσους χρόνους και με ταχύτητες κέντρου μάζας, ίσου μέτρου, αφού διανύουν ίσες αποστάσεις.

Όμως, ενώ ο κύβος θα έχει μόνο μεταφορική κινητική ενέργεια:

$$K_1 = \frac{1}{2} mv^2$$

ο κύλινδρος, εξαιτίας της ροπής της τριβής, θα αποκτήσει και γωνιακή επιτάχυνση, οπότε θα περιστραφεί. Έτσι φτάνοντας στο οριζόντιο επίπεδο θα έχει και περιστροφική κινητική ενέργεια, συνεπώς θα έχει κινητική ενέργεια:

$$K_2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2.$$

Προφανώς λοιπόν θα έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από τον κύβο.

Έτσι οι απαντήσεις είναι:

- i) Στο οριζόντιο επίπεδο θα φτάσει πρώτος ο κύλινδρος αφού θα περιστραφεί. **Λ.**
- ii) Ο κύβος θα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο με μεγαλύτερη ταχύτητα κέντρου μάζας. **Λ.**
- iii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα έχει τελικά ο κύλινδρος. **Σ.**

### **Σχόλιο.**

Το έργο της τριβής που ασκείται στον κύβο εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από τον κύβο και μετατρέπεται σε θερμική.

Αντίθετα το έργο της τριβής ολίσθησης κατά τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου, κατά ένα μέρος μετράει την ενέργεια που μετατρέπεται σε περιστροφική κινητική και το υπόλοιπο μετατρέπεται σε θερμική.

Εξάλλου αν ο κύβος γλίστρησε κατά  $s$  (το μήκος του επιπέδου), ο κύλινδρος γλίστρησε κατά:

$$x = s - \theta \cdot R$$

όπου  $\theta \cdot R$  είναι το μήκος του τόξου που διαγράφει ένα σημείο της περιφέρειάς του, λόγω της κυκλικής κίνησής του. Έτσι η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική θα είναι:

$$|W_{\text{Tot}}| = T \cdot x < T \cdot s$$

[dmargaris@sch.gr](mailto:dmargaris@sch.gr)