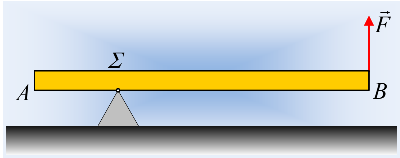
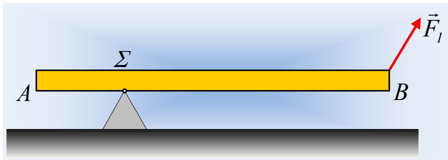
Μια οριζόντια ράβδος.

Μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους 4m, ισορροπεί οριζόντια με την επίδραση μιας κατακόρυφης δύναμης F, μέτρου F=40N, η οποία ασκείται στο άκρο της Β, ενώ στηρίζεται σε τρίποδο σε σημείο Σ, όπου (ΑΣ)=1m, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ ράβδου και τρίποδου είναι μ_{op}=0,5.



i) Να βρεθεί το βάρος της ράβδου καθώς και η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από το τρίποδο;

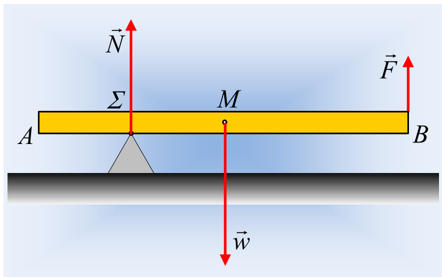
ii) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F_1=50N, μεταβάλλοντας και την κατεύθυνσή της, ώστε η ράβδος να ισορροπεί οριζόντια. Να υπολογίσετε τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το τρίποδο.



iii) Να βρεθεί η μέγιστη πλάγια δύναμη F_2, την οποία μπορούμε να ασκήσουμε στη ράβδο, χωρίς αυτή να γλιστρήσει, παραμένοντας οριζόντια.

Απάντηση:

i) Στη ράβδο ασκούνται τρεις δυνάμεις. Η $\vec{F}$, το βάρος $\vec{w}$ και μια δύναμη από το τρίποδο. Αφού η ράβδος ισορροπεί $\Sigma\vec{F}=0$, οπότε αφού οι δυο δυνάμεις είναι κατακόρυφες, θα είναι και η τρίτη. Έτσι το τρίποδο ασκεί κατακόρυφη δύναμη, τη δύναμη στήριξης (κάθετη αντίδραση) $\vec{N}$. Αλλά τότε:



$$N+F-w=0 \quad (1)$$

Εξάλλου Στ=0, οπότε παίρνοντας τις ροπές ως προς το σημείο στήριξης Σ έχουμε:

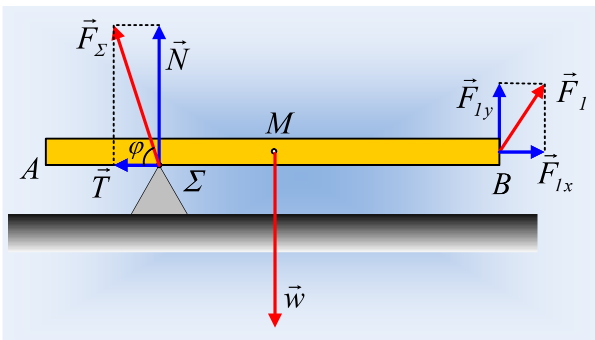
$$F\cdot(\Sigma B)-w\cdot(\Sigma M)=0 \text{ ή}$$

$$F\cdot 3=w\cdot 1 \rightarrow w=3F=120N.$$

Επιστρέφοντας στην (1), βρίσκουμε:

$$N=w-F=120N-40N=80N$$

ii) Απ' τη στιγμή που η δύναμη γίνεται πλάγια, θα κάνει την εμφάνισή της και η τριβή από το τρίποδο, με αποτέλεσμα οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο να είναι όπως στο διπλανό σχήμα. Από τη συνθήκη ισορροπίας



της ράβδου έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma\vec{F}=0\\ \Sigma\tau=0\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{ll}\Sigma F_x=0\rightarrow T=F_{1x} & (2)\\ \Sigma F_y=0\rightarrow N+F_{1y}-w=0 & (3)\\ \Sigma\tau_\Sigma=0\rightarrow F_{1y}\cdot(\Sigma B)-w\cdot(\Sigma M)=0 & (4)\end{array}$$

Από την (4) βρίσκουμε $F_{1y}=\frac{w}{3}=40N$, ίση δηλαδή με την αρχική δύναμη F, οπότε από το πυθαγόρειο θεώρημα για το μέτρο της δύναμης F_1, παίρνουμε:

$$F_1^2=F_{1x}^2+F_{1y}^2\rightarrow F_{1x}=\sqrt{F_1^2-F_{1y}^2}=\sqrt{50^2-40^2}N=30N$$

Αλλά τότε η (2) δίνει $T=F_{1x}=30N$ και η (3) $N=w-F_{1y}=120N-40N=80N$.

Ξανά από το πυθαγόρειο θεώρημα παίρνουμε:

$$F_\Sigma=\sqrt{N^2+T^2}=\sqrt{80^2+30^2}N=10\sqrt{73}N\approx 85,4N$$

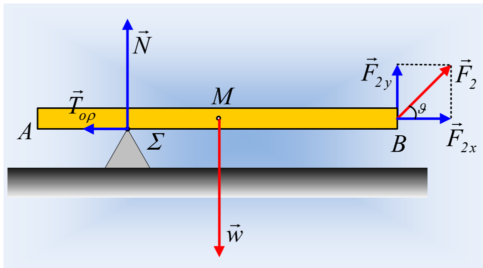
Ενώ $\varepsilon\varphi\phi=\frac{N}{T}=\frac{80}{30}=\frac{8}{3}$

Μπορεί να υπάρξει τέτοια στατική τριβή, που να διατηρεί την ισορροπία της ράβδου; Υπολογίζουμε την οριακή τριβή:

$$T_{op}=\mu_s\cdot N=0,5\cdot 80N=40N>30N=T\alpha$$

Συνεπώς μπορεί να ασκηθεί στατική τριβή 30N και η ράβδος να μην ολισθήσει.

iii) Με βάση την προηγούμενη μελέτη μας, για να ισορροπεί οριζόντια η ράβδος θα πρέπει η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης F_2 να έχει μέτρο 40N, ενώ η κάθετη αντίδραση N=80N. Εξάλλου η μέγιστη δύναμη F_2, θα προκαλέσει την εμφάνιση της μέγιστης τιμής της στατικής τριβής, με μέτρο $T_{op}=40N$. Αλλά τότε οι ασκούμενες δυνάμεις θα είναι αυτές του διπλανού σχήματος.



Εξάλλου από την ισορροπίας της ράβδου προκύπτει ότι $F_{2x}=T_{op}=40N$, οπότε:

$$F_{2,max}=\sqrt{F_{2x}^2+F_{2y}^2}=\sqrt{40^2+40^2}N=40\sqrt{2}N$$

Ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ=45°, αφού το σχηματιζόμενο παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο.

dmargaris@gmail.com