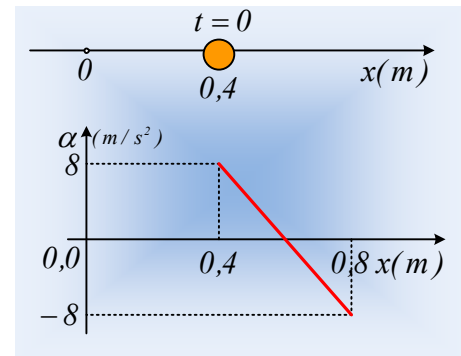


Η θέση και η απομάκρυνση σε μια ΑΑΤ.

Ένα σώμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινείται κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x , εκτελώντας ΑΑΤ, ενώ η επιτάχυνσή του σε συνάρτηση με τη θέση του, δίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



i) Γύρω από ποια θέση ταλαντώνεται το σώμα και με ποιο πλάτος;

ii) Να βρεθούν οι εξισώσεις:

α) της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και

β) της θέσης του σώματος

σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές τους παραστάσεις, αν το σώμα τη στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση $x_0=0,4\text{m}$.

iii) Να παρασταθεί επίσης γραφικά η δυναμική ενέργεια του σώματος, σε συνάρτηση:

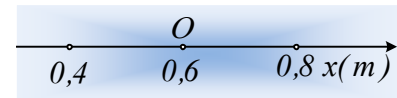
α) με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας

β) με την θέση του σώματος.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

Απάντηση:

i) Με βάση τη γραφική παράσταση το σώμα ταλαντώνεται μεταξύ των θέσεων $x_1=0,4\text{m}$ και $x_2=0,8\text{m}$, γύρω από τη θέση $x=0,6\text{m}$, όπου έχει μηδενική επιτάχυνση. Αλλά τότε η θέση αυτή O είναι και η θέση ισορροπίας του, ενώ το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με $A=0,2\text{m}$.



ii) Το σώμα τη στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση $x_0=0,4\text{m}$, βρίσκεται δηλαδή στην αριστερή ακραία θέση της ταλάντωσης του, οπότε έχει απομάκρυνση $x'_0 = -0,2\text{m} = -A$. Αν λοιπόν η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής $x' = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$, αντικαθιστώντας $t=0$ παίρνουμε:

$$-A = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -1 \rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

Εξάλλου το πλάτος της επιτάχυνσης είναι ίσο με $a_{\max} = \omega^2 A$ οπότε:

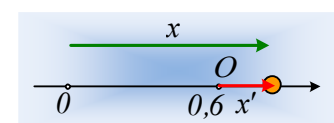
$$\omega = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}} = \sqrt{\frac{8}{0,2}} \text{rad/s} = \sqrt{40} \text{rad/s} = 2\pi \text{rad/s}$$

Έτσι η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση:

$$x' = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = 0,2 \cdot \eta\mu\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

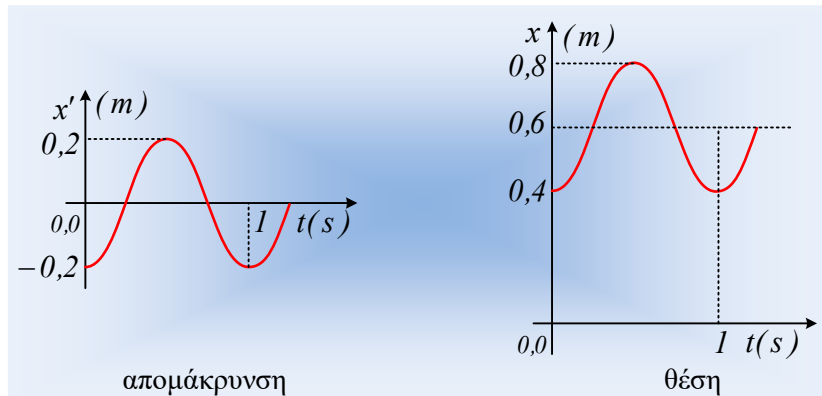
Ενώ αντίστοιχα κάθε στιγμή η θέση του σώματος είναι:

$$x = 0,6 + x' = 0,6 + A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \rightarrow$$



$$x = 0,6 + 0,2 \cdot \eta\mu\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις είναι:



iii) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, δίνεται από την εξίσωση:

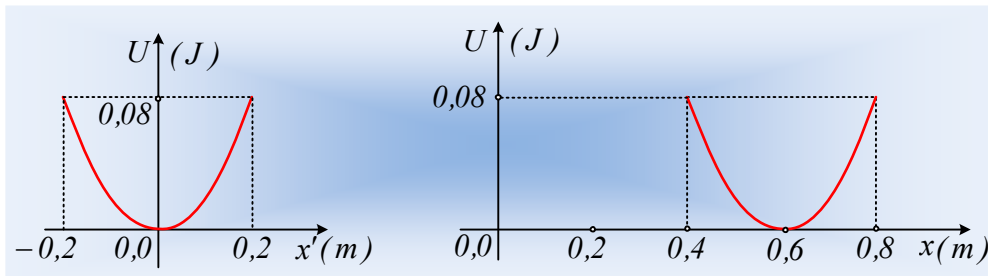
$$U = \frac{1}{2} D x'^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x'^2 = \frac{1}{2} 0,1 \cdot (2\pi)^2 x'^2 = 2 x'^2 \quad (1) \text{ (S.I.)}$$

Με γραφική παράσταση όπως στο πρώτο σχήμα.

Αν τώρα πάρουμε την σχέση $x = 0,6 + x' \rightarrow x' = x - 0,6$ και με αντικατάσταση στην (1) έχουμε:

$$U = 2 x'^2 = 2(x - 0,6)^2$$

Η μορφή της οποίας φαίνεται στο 2^ο διάγραμμα.



dmargaris@gmail.com