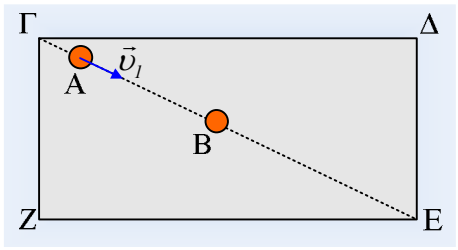
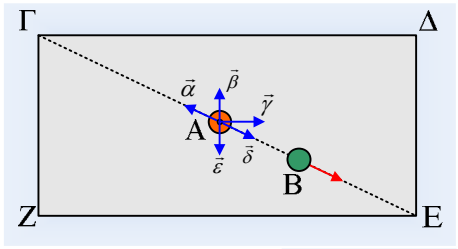
Κάποιες ελαστικές κρούσεις…

Σε λείο δάπεδο ενός ορθογώνιου δωματίου ΓΔΕΖ, εκτοξεύουμε μια σφαίρα Α, μάζας m, από την κορυφή Γ με κατεύθυνση την απέναντι κορυφή Ε, όπως στο σχήμα. Στην πορεία της η σφαίρα Α συγκρούεται ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β, μάζας Μ. Μετά την κρούση η σφαίρα Β φτάνει στην κορυφή Ε.

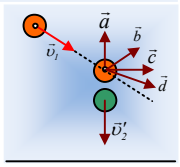


i) Ποιο από τα διανύσματα α,β,γ,δ και ε, μπορεί να παριστά την ταχύτητα της Α σφαίρας μετά την κρούση; Υπάρχει περίπτωση, κανένα από τα διανύσματα αυτά να μην παριστά την ταχύτητα της σφαίρας Α; Να εξετάσετε τρεις περιπτώσεις:

α) m < M, β) m=M και γ) m > M



ii) Σε μια επανάληψη του πειράματος, η σφαίρα Β μετά την κρούση, πέφτει κάθετα στον τοίχο ΖΕ.



Ποιο από τα διανύσματα a, b, c, d μπορεί να παριστά την ταχύτητα της Α σφαίρας, μετά την κρούση; Να εξετάσετε τις τρεις περιπτώσεις για τη σχέση μαζών, όπως και προηγουμένως.

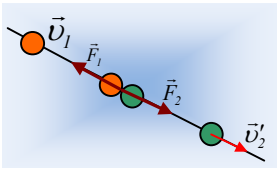
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Οι ταχύτητα υ_1 της Α σφαίρας πριν την κρούση και η ταχύτητα υ_2'της σφαίρας μετά την κρούση, έχουν την ίδια διεύθυνση. Αλλά τότε από την διατήρηση της ορμής παίρνουμε:

$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά} \rightarrow m\vec{\upsilon}_1 = m\vec{\upsilon}_1' + M\vec{\upsilon}_2'$$

Από την παραπάνω σχέση, προκύπτει ότι και η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1'$ έχει την ίδια διεύθυνση, με τις άλλες δύο ταχύτητες. Αυτό βέβαια σημαίνει ότι οι δυνάμεις που ασκήθηκαν στη διάρκεια της κρούσεις ήταν όπως στο διπλανό σχήμα και η κρούση είναι **κεντρική ελαστική** και η ταχύτητα της Α σφαίρας μετά την κρούση, δίνεται από την εξίσωση:



$$\upsilon_1' = \frac{m-M}{m+M}\upsilon_1$$

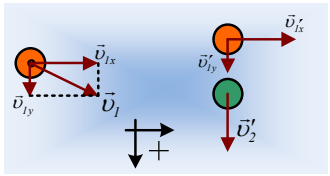
Με βάση αυτά, θεωρώντας θετική την αρχική ταχύτητα υ_1 έχουμε :

α) Αν m < M , τότε $\upsilon_1' < 0$ και η ταχύτητα παριστάνεται από το διάνυσμα $\vec{\alpha}$.

β) Αν m=M, $\upsilon_1' = 0$ και δεν υπάρχει κανένα διάνυσμα που να παριστά την ταχύτητα.

γ) Αν m > M, $\upsilon_1' > 0$ και το διάνυσμα $\vec{\delta}$ μπορεί να παριστά την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$.

ii) Με βάση τα προηγούμενα, αφού η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2'$ έχει διαφορετική διεύθυνση από την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, η κρούση τώρα δεν είναι κεντρική, αλλά πλάγια. Έτσι δουλεύοντας με άξονες x και y, στη διεύθυνση των πλευρών του ορθογωνίου, παίρνουμε:



$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά} \rightarrow$$

$$m\upsilon_{1x} = m\upsilon_{1x}' \rightarrow \upsilon_{1x}' = \upsilon_{1x} \quad (1)$$

$$m\upsilon_{1y} = m\upsilon_{1y}' + M\upsilon_2' \quad (2)$$

Εξάλλου από διατήρηση της κινητικής ενέργειας παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 \rightarrow$$

$$\cancel{\frac{1}{2}m\upsilon_{1x}^2} + \frac{1}{2}m\upsilon_{1y}^2 = \cancel{\frac{1}{2}m\upsilon_{1x}'^2} + \frac{1}{2}m\upsilon_{1y}'^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 \rightarrow$$

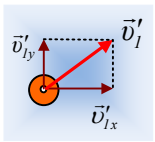
$$\frac{1}{2}m\upsilon_{1y}^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{1y}'^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 \quad (3)$$

Οι (2) και (3) αποτελούν το… γνωστό σύστημα της θεωρίας μας, οπότε:

$$\upsilon_{1y}' = \frac{m-M}{m+M}\upsilon_{1y}$$

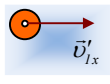
Οπότε ανάλογα με την σχέση των μαζών, έχουμε:

α) Αν m < M , τότε $\upsilon_{1y}' < 0$ και η ταχύτητα της Α σφαίρας έχει την κατεύθυνση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Έτσι το διάνυσμα $\vec{b}$ μπορεί να παριστά την ταχύτητα της Α σφαίρας μετά την κρούση $\vec{\upsilon}_1'$.

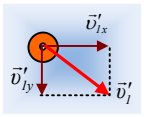


β) Αν m=M, $\upsilon_{1y}' = 0$ και η σφαίρα Α έχει ταχύτητα ίση με την $\vec{\upsilon}_{1x}'$.

Σωστό το διάνυσμα $\vec{c}$.



γ) Αν m > M, $\upsilon_{1y}' > 0$, οπότε η ταχύτητα της Α σφαίρας, είναι αυτή του διπλανού σχήματος, οπότε το διάνυσμα $\vec{d}$ μπορεί να παριστά την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1'$.



Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…
Επιμέλεια:
Διονύσης Μάργαρης