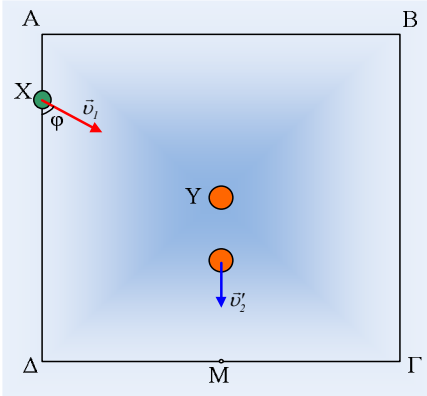
# Κρούσεις μέσα σε ένα δωμάτιο




Στο κέντρο της βάσης ΑΒΓΔ ενός δωματίου, σχήματος τετραγώνου και πλευράς α=4m, ηρεμεί μια σφαίρα Υ μάζας Μ=0,2kg. Κάποια στιγμή εκτοξεύεται οριζόντια, από κάποιο σημείο του δαπέδου, μια σφαίρα Χ, μάζας m=0,1kg με ταχύτητα $\upsilon_1$=5m/s, η οποία σχηματίζει με την πλευρά ΑΔ γωνία φ (ημφ=0,8 και συνφ=0,6). Οι δυο σφαίρες συγκρούονται ελαστικά τη στιγμή t=0 και στη συνέχεια η σφαίρα Υ φτάνει στο μέσον Μ της πλευράς ΓΔ, όπου και συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.

Δίνεται ότι δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής, ούτε κατά την κίνηση των σφαιρών, ούτε στη διάρκεια των κρούσεων, ενώ η διάρκεια των κρούσεων θεωρείται αμελητέα.

i) Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα Υ θα συγκρουστεί με τοίχο για πρώτη και δεύτερη φορά;

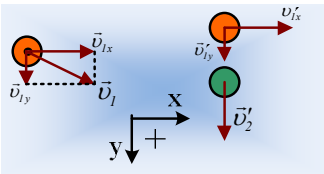
ii) Με ποια πλευρά του δωματίου θα συγκρουστεί η σφαίρα Χ, μετά την κρούση της με τη σφαίρα Υ; Ποια χρονική στιγμή θα συμβεί αυτό;

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Χ:

α) Κατά την κρούση της με τη σφαίρα Υ.

β) Κατά την πρώτη ελαστική της κρούση με τον τοίχο.

## *Απάντηση:*




Αφού η σφαίρα Υ φτάνει στο μέσον Μ της ΓΔ, σημαίνει ότι η ταχύτητα $\upsilon_2'$ έχει διεύθυνση κάθετη στην ΓΔ ή αν προτιμάτε είναι παράλληλη στη διεύθυνση ΑΔ (γιατί;). Αλλά αφού η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2'$ έχει διαφορετική διεύθυνση από την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, η κρούση δεν είναι κεντρική, αλλά πλάγια. Έτσι δουλεύοντας με άξονες x και y, στη διεύθυνση των πλευρών του δωματίου (με θετικές φορές όπως στο σχήμα), παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow$$

$$m\upsilon_{1x} = m\upsilon_{1x}' \rightarrow \upsilon_{1x}' = \upsilon_{1x} \quad (1)$$

$$m\upsilon_{1y} = m\upsilon_{1y}' + M\upsilon_2' \quad (2)$$

Εξάλλου από διατήρηση της κινητικής ενέργειας παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 \rightarrow$$

$$\cancel{\frac{1}{2}m\upsilon_{1x}^2} + \frac{1}{2}m\upsilon_{1y}^2 = \cancel{\frac{1}{2}m\upsilon_{1x}'^2} + \frac{1}{2}m\upsilon_{1y}'^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{1y}^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{1y}'^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 \quad (3)$$

Οι (2) και (3) αποτελούν το… γνωστό σύστημα εξισώσεων από τη θεωρία μας, οπότε:

$$\upsilon'_{1y} = \frac{m-M}{m+M}\upsilon_{1y} \quad \text{και} \quad \upsilon'_{2y} = \frac{2m}{m+M}\upsilon_{1y}$$

Και με αντικατάσταση, αφού $\upsilon_{1y}=\upsilon_1\cdot$συνφ=5·0,6m/s=3m/s, παίρνουμε:

$$\upsilon'_{1y} = \frac{m-M}{m+M}\upsilon_{1y} = \frac{0,1-0,2}{0,1+0,2}3m/s = -1m/s$$

$$\upsilon'_{2y} = \frac{2m}{m+M}\upsilon_{1y} = \frac{2\cdot 0,1}{0,1+0,2}3m/s = 2m/s$$

i) Η σφαίρα Υ θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά και θα συγκρουστεί στο σημείο Μ, όπου:

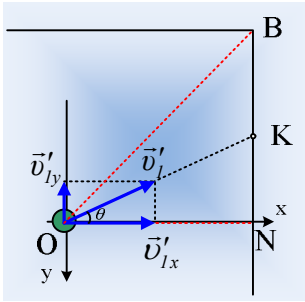
$$\upsilon'_{2y} = \frac{(OM)}{t_1} \rightarrow t_1 = \frac{(OM)}{\upsilon'_{2y}} = \frac{2}{2}s = 1s$$

Στο σημείο Μ η σφαίρα θα ανακλαστεί και αφού η κρούση είναι ελαστική, θα κινηθεί προς την πλευρά ΑΒ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2=\upsilon'_{2y}$=2m/s, στην οποία θα φτάσει μετά από χρονικό διάστημα:

$$\upsilon_2 = \frac{(A\Delta)}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{(A\Delta)}{\upsilon_2} = \frac{4}{2}s = 2s$$

Συνεπώς η 2η κρούση της με την πλευρά ΑΒ, θα συμβεί τη χρονική στιγμή $t_2=t_1+\Delta t$=3s.

ii) Μετά την κρούση η σφαίρα Χ έχει συνιστώσες ταχύτητες $\upsilon'_{1x} = \upsilon_{1x} = \upsilon_1 \eta\mu\phi = 5\cdot 0,8m/s = 4m/s$ και $\upsilon'_{1y} = -1m/s$, ενώ απέχει αποστάσεις $d_{1x}$=2m και $d_{2y}$=2m από τις πλευρές ΒΓ και ΑΒ, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε θα φτάσει πρώτα στην πλευρά ΒΓ, αφού στη διεύθυνση x έχει μεγαλύτερη ταχύτητα και θα συγκρουστεί ελαστικά στο σημείο Κ. Από την αρχή της επαλληλίας θα έχουμε:




$$\Delta x = \upsilon'_{1x}\cdot\Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{\upsilon'_{1x}} = \frac{2}{4}s = 0,5s$$

**Σχόλιο**:

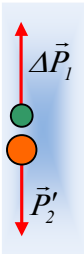
Θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τη γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με την διεύθυνση x, όπου:

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{|\upsilon'_{1y}|}{\upsilon'_{1x}} = \frac{1}{4} < \varepsilon\phi 45^o$$

Όπου 45° είναι η γωνία ΝΟΒ, συνεπώς η σφαίρα θα συναντήσει την πλευρά ΒΓ σε σημείο Κ, όπως στο σχήμα.

iii) α) Η ορμή της σφαίρας Χ δεν μετεβλήθη στη διεύθυνση x (εξίσωση (1)), οπότε:

$$\Delta P_1 = P'_{1y} - P_{1y} = m\upsilon'_{1y} - m\upsilon_{1y} = (0,1\cdot(-1) - 0,1\cdot 3)kgm/s = -0,4kgm/s$$

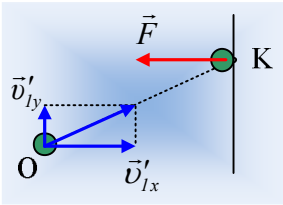



Με κατεύθυνση όπως στο σχήμα.

Εναλλακτικά για την κρούση στη διεύθυνση y θα έχουμε:

$$\Delta P_y = 0 \rightarrow \Delta P_1 + \Delta P_2 = 0 \rightarrow \Delta P_1 = -\Delta P_2 = -0{,}2 \cdot 2kgm/s = -0{,}4kgm/s$$

β) Κατά την κρούση της σφαίρας Χ στο σημείο Κ του τοίχου, δέχεται δύναμη F, κάθετη στον τοίχο, όπως στο σχήμα, οπότε δεν μεταβάλλεται η ορμή στην διεύθυνση y, ενώ η σφαίρα ανακλάται στη διεύθυνση x με ταχύτητα:

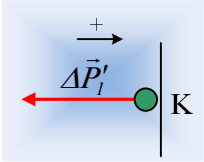



$$\upsilon''_{1x} = -\upsilon'_{1x} = -4m/s$$

Συνεπώς η μεταβολή της ορμής, θα οφείλεται στην αλλαγή στη διεύθυνση x με αποτέλεσμα:

$$\Delta P'_1 = P''_{1x} - P'_{1x} = m\upsilon''_{1x} - m\upsilon'_{1x} \rightarrow$$

$$\Delta P'_1 = (0{,}1 \cdot (-4) - 0{,}1 \cdot 4)kgm/s = -0{,}8kgm/s$$




Όπου η αρνητική τιμή σημαίνει διάνυσμα με φορά προς τα αριστερά, όπως στο σχήμα.

**Υλικό Φυσικής-Χημείας**
*Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…*

Επιμέλεια:

***Διονύσης Μάργαρης***