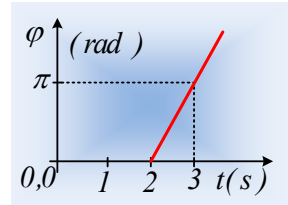


Επιφανειακή συμβολή και φάση.

Στην επιφάνεια ενός υγρού υπάρχουν δύο πηγές εγκαρσίων κυμάτων Π_1 και Π_2 , οι οποίες, κάποια στιγμή $t_0=0$, αρχίζουν να ταλαντώνονται ταυτόχρονα με εξισώσεις:

$$y_1 = A \cdot \eta\mu(\omega t) \text{ και } y_2 = A \cdot \eta\mu(\omega t)$$

Έτσι δημιουργούνται επιφανειακά κύματα, τα οποία θεωρούμε ότι διαδίδονται με σταθερά πλάτη και με μήκος κύματος $\lambda=0,8\text{m}$. Τα κύματα συμβάλουν σε ένα σημείο O , το οποίο ταλαντώνεται με πλάτος $0,1\text{m}$ και στο σχήμα δίνεται η φάση της απομάκρυνσής του, σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να υπολογιστεί η συχνότητα και η ταχύτητα των κυμάτων που δημιουργούνται.
- ii) Ποιο το πλάτος ταλάντωσης των πηγών και πόσο απέχει το σημείο O από τις πηγές των κυμάτων;
- iii) Να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ της απομάκρυνσης του σημείου O και της πηγής Π_1 τη χρονική στιγμή $t_1=3,25\text{s}$.
- iv) Αν η απόσταση των δύο πηγών είναι $(\Pi_1\Pi_2)=d=0,6\text{m}$, πόσα σημεία πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την πηγή Π_1 και το σημείο O , ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος;

Απάντηση:

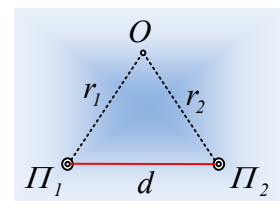
- i) Οι πηγές, αρχίζουν να ταλαντώνονται χωρίς αρχική φάση, ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας και κινούμενες προς τη θετική κατεύθυνση. Αλλά τότε και τα κύματα που δημιουργούνται, υποχρεώνουν κάθε σημείο της επιφάνειας στο οποίο φτάνουν, να ξεκινήσει την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο επίσης προς την θετική κατεύθυνση. Έτσι και το σημείο O από τη στιγμή που κάποιο κύμα θα φτάσει σε αυτό, θα ταλαντωθεί χωρίς αρχική φάση, με αποτέλεσμα, η φάση του να ικανοποιεί την εξίσωση $\varphi = \omega \cdot \Delta t$, οπότε με βάση το διάγραμμα της φάσης έχουμε:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi \text{ rad}}{(3-2)\text{s}} = \pi \text{ rad} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} \text{ Hz} = 0,5 \text{ Hz} \text{ και}$$

$$v = \lambda f = 0,8 \cdot 0,5 \text{ m/s} = 0,4 \text{ m/s}$$

- ii) Για την ταλάντωση του σημείου O , μπορούμε να διακρίνουμε τρία διαφορετικά χρονικά διαστήματα:

- Το πρώτο, όταν το σημείο παραμένει ακίνητο, αφού δεν έχει φτάσει κάποιο κύμα.
- Το χρονικό διάστημα που το σημείο O ταλαντώνεται εξαιτίας του πρώτου κύματος που φτάνει, από την πλησιέστερη πηγή.
- Το τρίτο, στο οποίο έχουν φτάσει και τα δύο κύματα, τα οποία συμβάλουν, με αποτέλεσμα το σημείο O να εκτελεί μια νέα ταλάντωση.



Βλέποντας το διάγραμμα της φάσης, αναγνωρίζουμε το πρώτο χρονικό διάστημα από 0-2s που το σημείο Ο ηρεμεί, ενώ στη συνέχεια αρχίζει να ταλαντώνεται και η φάση του αυξάνεται, χωρίς να παρουσιάζει καμιά απότομη μεταβολή, που να δείχνει ότι από την ταλάντωση εξαιτίας του ενός κύματος, περάσαμε στην ταλάντωση λόγω συμβολής. Πώς μπορεί να συμβαίνει αυτό;

Αν στο σημείο Ο, τα δυο κύματα φτάσουν ταυτόχρονα, τότε έχουμε συμβολή, χωρίς να υπάρχει το 2^ο στάδιο (της ταλάντωσης εξαιτίας του ενός κύματος)!

Με άλλα λόγια, το σημείο Ο βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος Π₁Π₂, οπότε $r_1=r_2$ με αποτέλεσμα να έχουμε ενισχυτική συμβολή και το πλάτος ταλάντωσης του Ο, να είναι $A_0=2A$.

Αλλά τότε οι πηγές ταλαντώνονται με πλάτος $A = \frac{A_0}{2} = 0,05m$.

Όσον αφορά τις αποστάσεις του Ο από τις πηγές έχουμε:

$$r_1 = r_2 = vt_1 = 0,4 \cdot 2m = 0,8m$$

iii) Το σημείο Ο εκτελεί τη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων με την ίδια συχνότητα, το ίδιο πλάτος και την ίδια φάση. Η φάση της απομάκρυνσης εξαιτίας κάθε κύματος είναι:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right)$$

Αλλά τότε η σύνθετη ταλάντωση που θα πραγματοποιήσει θα έχει την ίδια φάση, με αποτέλεσμα η διαφορά φάσης μεταξύ της απομάκρυνσης της πηγής (το ίδιο και για τις δυο...) και της απομάκρυνσης του Ο θα είναι:

$$\Delta\varphi = \varphi_\pi - \varphi_0 = 2\pi \frac{t}{T} = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) = 2\pi \frac{r}{\lambda} \rightarrow$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{r}{\lambda} = 2\pi \frac{0,8m}{0,8m} = 2\pi \text{ rad}$$

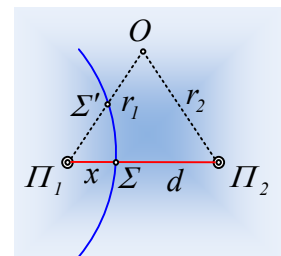
Προφανώς αυτή η διαφορά φάσης δεν εξαρτάται από το χρόνο, αρκεί $t \geq 2s$, ώστε τα κύματα να έχουν φτάσει στο σημείο Ο και να το έχουν θέσει σε ταλάντωση.

iv) Έστω ότι υπάρχει ένα σημείο Σ μεταξύ των δύο πηγών, το οποίο ταλαντώνεται με πλάτος 2A, οπότε από εκεί θα περνά και μια υπερβολή ενισχυτικής συμβολής, η οποία θα τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα Π₁Ο στο σημείο Σ'. Για να έχουμε ενίσχυση στο σημείο Σ, θα πρέπει:

$$(\Sigma\Pi_2) - (\Sigma\Pi_1) = k \cdot \lambda \rightarrow (d-x) - x = k \cdot \lambda \rightarrow d - 2x = k \cdot \lambda \text{ ή}$$

$$x = \frac{d}{2} - k \frac{\lambda}{2} \rightarrow x = 0,3 - 0,4k$$

$$\text{Αλλά } 0 < x < 0,6 \rightarrow 0 < 0,3 - 0,4k < 0,6 \text{ ή}$$



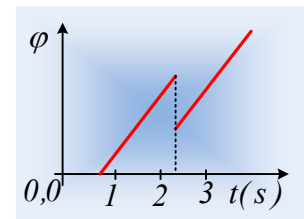
$$\frac{3}{4} > k > -\frac{3}{4} \quad \text{ή } k=0$$

Αυτό σημαίνει ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων της επιφάνειας, που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος, είναι τα σημεία της μεσοκαθέτου της $\Pi_1\Pi_2$. Δεν υπάρχουν με άλλα λόγια υπερβολές ενίσχυσης στην περίπτωσή μας. Αλλά τότε δεν υπάρχουν και σημεία στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\text{O}$ που να ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος $0,1\text{m}$.

Σχόλια:

- 1) Στην περίπτωση που οι αποστάσεις του O από τις δύο πηγές ήταν διαφορετικές, τότε το διάγραμμα της φάσης της απομάκρυνσής του θα είχε τη μορφή του διπλανού σχήματος. Μπορείτε να δείτε την ανάρτηση:

[Φάσεις και γραφικές παραστάσεις στην επιφανειακή συμβολή.](#)



- 2) Η απόσταση του O από κάθε πηγή, είναι $r_1=r_2=\lambda$, συνεπώς τη στιγμή που τα κύματα φτάνουν στο O , οι πηγές έχουν εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση έχοντας φάση 2π . Αυτή θα είναι και η διαφορά φάσης της απομάκρυνσης κάθε πηγής με την απομάκρυνση του σημείου O .
- 3) Θα μπορούσε κάποιος να χρησιμοποιήσει και τις εξισώσεις του σχολικού βιβλίου και να βρει τις απαντήσεις στα προηγούμενα ερωτήματα... Απλά προτιμήθηκε οι απαντήσεις να έχουν το ελάχιστο δυνατό μαθηματικό φορμαλισμό.

dmargaris@gmail.com