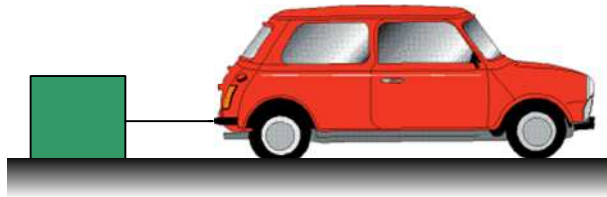


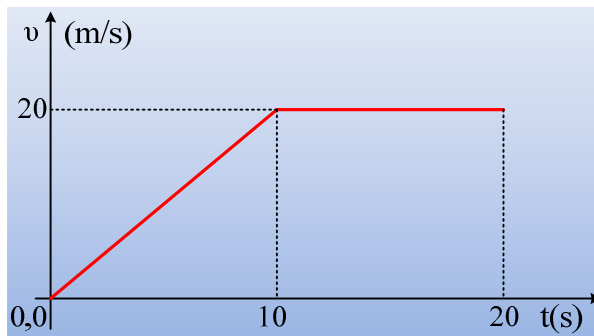
Μην φωνάζετε στην οδηγό!!!



Στο πίσω μέρος ενός αυτοκινήτου, δένεται ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας 200kg, μέσω ενός όχι και πολύ γερού σχοινού, με μικρό μήκος. Το κιβώτιο παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Κατόπιν η Μαρία κάθεται στη θέση του οδηγού και δίπλα της ο Κώστας και τη στιγμή $t=0$ ξεκινάνε. Μόλις το αυτοκίνητο «έπιασε τα 50» ο Κώστας έβγαλε τις φωνές:

-Σιγά μην τρέχεις έτσι, θα κοπεί το σχοινί!!!

Αποτέλεσμα, η Μαρία αφήνει λίγο το γκάζι, οπότε η ταχύτητα του αυτοκινήτου μεταβάλλεται, σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα, στα πρώτα 20 δευτερόλεπτα της κίνησης.

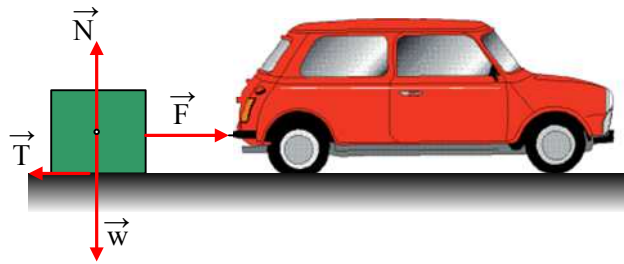


- i) Εξετάστε αν ο Κώστας είχε δίκιο για τις φωνές που έβαλε.
- ii) Να βρεθεί η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t_1=8s$.
- iii) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται από το αυτοκίνητο στο κιβώτιο στα πρώτα 20 δευτερόλεπτα της κίνησης.
- iv) Κάποια στιγμή και ενώ το αυτοκίνητο τρέχει με ταχύτητα 20m/s, η Μαρία βλέπει στο φανάρι που πλησιάζει, να ανάβει το πορτοκαλί. Γνωρίζει ότι η αυτό διαρκεί 4s, ενώ βλέπει ακόμη δίπλα στο φανάρι και τον τροχονόμο!!! Αμέσως φρενάρει και καταφέρνει να ακινητοποιήσει το αυτοκίνητο, πριν ανάψει το κόκκινο, ακριβώς δίπλα στον τροχονόμο.

Γιατί όμως φωνάζει ακόμη πιο δυνατά τώρα ο Κώστας;

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g=10m/s^2$.

Απάντηση:



- i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο. Από το διάγραμμα της ταχύτητας για το χρονικό διάστημα από 0-10s, βλέπουμε ότι η κλίση παραμένει σταθερή, πράγμα που σημαίνει ότι το αυτοκίνητο, άρα και το κιβώτιο, έχει σταθερή επιτάχυνση με τιμή:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20}{10} m/s^2 = 2 m/s^2$$

Αλλά τότε από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο παίρνουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow F - T = m \cdot a \rightarrow F = ma + T = \text{σταθερή} \quad (1)$$

Αυτό σημαίνει ότι αφού το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση και η τάση του νήματος παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη της ταχύτητας. Ο Κώστας δηλαδή έχει **άδικο**, αφού όσο μεγάλη ταχύτητα και να αποκτήσει το αυτοκίνητο, με αυτήν την τιμή της επιτάχυνσης, δεν θα αυξηθεί η τάση του νήματος και προφανώς το σχοινί δεν θα σπάσει.

- ii) Το κιβώτιο ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, άρα $N = w = mg$, αλλά τότε $T = \mu N = \mu mg$ και η (1) δίνει:

$$F = F_1 = m \cdot a + \mu mg = 200 \cdot 2N + 0,2 \cdot 200 \cdot 10N = 800N.$$

Με βάση τα προηγούμενα η τάση αυτή παραμένει σταθερή, οπότε αυτή θα είναι και η τιμή της τη στιγμή $t_1 = 8s$.

- iii) Στο χρονικό διάστημα από 10s-20s το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα, συνεπώς:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow$$

$$F = F_2 = T = \mu mg = 0,2 \cdot 200 \cdot 10N = 400N.$$

Όμως η μετατόπιση του αυτοκινήτου, είναι αριθμητικά ίση με το εμβαδόν του χωρίου στο διάγραμμα $v-t$, συνεπώς $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 20m = 100m$ και $\Delta x_2 = 20 \cdot 10m = 200m$, όπου Δx_1 η μετατόπιση από 0-10s και Δx_2 η αντίστοιχη μετατόπισή του στα επόμενα 10s, που η ταχύτητα παραμένει σταθερή. Έτσι για το έργο που παράγει η τάση του νήματος έχουμε:

$$W = W_1 + W_2 = F_1 \cdot \Delta x_1 + F_2 \cdot \Delta x_2 = 800 \cdot 100J + 400 \cdot 200J = 160.000J$$

Η ενέργεια όμως που μεταφέρεται από το αυτοκίνητο στο κιβώτιο, είναι ίση με το παραπάνω έργο, δηλαδή ίση με 160.000J.

- iv) Μόλις πατήσει το φρένο η οδηγός και μειωθεί ελάχιστα η ταχύτητα του αυτοκινήτου, το σχοινί χαλαρώνει συνεπώς μηδενίζεται η τάση του νήματος. Έτσι τα δυο σώματα αυτοκίνητο-κιβώτιο κινούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους.

Το αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιτάχυνση $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-20}{4} m/s^2 = -5m/s^2$ και ακινητοποιείται

σε χρονικό διάστημα 4s.

Το κιβώτιο αποκτά επιτάχυνση $a_2 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{-T}{m} = -\frac{\mu mg}{m} = -\mu g = -2m/s^2$ και εκτελώντας ευθύ-

γραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση, θα σταματήσει όταν $v=0$. Αλλά:

$$v=v_0+a_2 \cdot \Delta t \rightarrow 0 = 20 - 2\Delta t \rightarrow \Delta t = 10s$$

Δηλαδή, ενώ θα σταματήσει το αυτοκίνητο, το κιβώτιο θα συνεχίσει να κινείται και ... θα πέσει πάνω του!!!

Σχόλιο:

Δικαιολογημένα λοιπόν ο Κώστας ζητούσε χαμηλότερη ταχύτητα, αλλά όχι για το λόγο που νόμιζε!!!

Αν η ταχύτητα του αυτοκινήτου ήταν μικρότερη, θα μπορούσε να σταματήσει αποκτώντας μικρότερη επιτάχυνση (επιβράδυνση), σε χρονικό διάστημα 4s και να αποφύγει την σύγκρουση με το κιβώτιο.

Έτσι για παράδειγμα αν η ταχύτητά του ήταν 8m/s, θα μπορούσε να αποκτήσει φρενάροντας επιτάχυνση (επιβράδυνση) $a'_1 = -2m/s^2$, ίση με αυτή του κιβωτίου, οπότε τα σώματα να επιβραδυνθούν και να σταματήσουν ταυτόχρονα, χωρίς να αλλάξει η απόσταση μεταξύ τους και χωρίς να υπάρξει σύγκρουση.

dmargaris@sch.gr