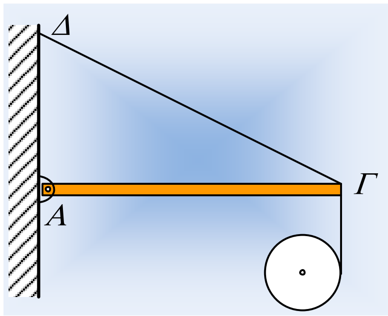
Όταν ο κόφτης κάνει λάθος

Το θέμα είναι παραλλαγή του Δ θέματος των χθεσινών εξετάσεων. Είναι μια ιδέα του Διονύση Μητρόπουλου, την οποία είχα χαρακτηρίσει «εξτρεμισμό». Είναι εξτρεμιστικό θέμα; Για την ΚΕΕ ίσως και να είναι…

Έχουν παραληφθεί τα υπόλοιπα ερωτήματα και συνεχίζουμε μετά το κόψιμο του νήματος, για την τάση του νήματος.

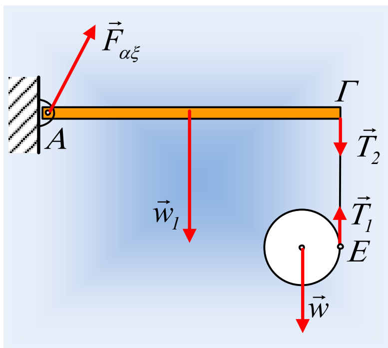


Μία ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΓ σταθερής διατομής έχει μάζα M=4Kg. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το άκρο της Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ της ράβδου συνδέεται μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος ΓΔ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Γύρω από ένα λεπτό ομογενή δίσκο κέντρου Κ, μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,1m είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα λεπτό μη εκτατό αβαρές νήμα. Το ελεύθερο άκρο του νήματος έχει στερεωθεί στο άκρο Γ της ράβδου ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο δίσκος αφήνεται να κινηθεί και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει. Τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας Κ του δίσκου έχει ταχύτητα $υ_1$=2m/s, πάμε να κόψουμε το νήμα που συνδέει το δίσκο με τη ράβδο, αλλά κάνουμε **λάθος** και κόβουμε το άλλο νήμα ΓΔ.

Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο άκρο της Γ από το νήμα, όταν ο δίσκος κατέρχεται.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, $I_{ρ/Α}= 1/3Ml^2$ και $I_ρ= ½\, mR^2$.

Απάντηση:



Μόλις κόψουμε το νήμα ΓΔ οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο και στον δίσκο είναι αυτές του διπλανού σχήματος, όπου το (αβαρές) νήμα ασκεί δυνάμεις ίσου μέτρου στα άκρα του ($T_1=T_2=T$).

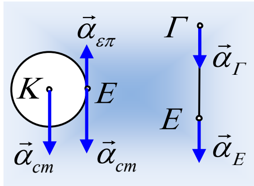
Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα παίρνουμε:

Ράβδος: $Στ_Α=I_Α\cdot α_{γων} \rightarrow \; w_1\frac{\ell}{2}+T_2\ell=\frac{1}{3}M\ell^2α_{1γων} \rightarrow$

$$3Mg+6T=2M\cdot \ell α_{1γων} \quad (1)$$

Δίσκος: $ΣF_y=m\cdot α_{cm} \rightarrow mg-T_1=m\cdot α_{cm}$ (2)

$Στ_κ=I_δ\cdot α_{2γων} \rightarrow T_1\cdot R= ½\, mR^2\cdot α_{2γων} \rightarrow T= ½\, m\cdot Rα_{2γων}$ (3)



Το νήμα κατέρχεται έχοντας την ίδια επιτάχυνση σε κάθε σημείο του, συνεπώς $\alpha_\Gamma = \alpha_E$, ενώ $\alpha_\Gamma = \ell\alpha_{1\gamma\omega\nu}$ και $\alpha_E = \alpha_{cm} - \alpha_{\varepsilon\pi} = \alpha_{cm} - R\alpha_{2\gamma\omega\nu}$

Με αντικατάσταση από τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\frac{3}{2}g + \frac{3T}{M} = g - \frac{T}{m} - \frac{2T}{m} \rightarrow$$

$$T = -20/9N$$

Το αρνητικό πρόσημο μας λέει ότι η τάση έχει αντίθετη φορά από αυτή που έχει σχεδιασθεί, πράγμα άτοπο, αφού το νήμα δεν «μπορεί να σπρώξει»!

Συνεπώς κόβοντας το πάνω νήμα, το κατακόρυφο χαλαρώνει και ο δίσκος κινείται όπως και στην περίπτωση του χθεσινού θέματος, όπου κόβαμε το νήμα που τον συνέδεε με τη ράβδο.

Σχόλια:

1) Θα μπορούσε κάποιος να ξεκινήσει από την υπόθεση ότι το νήμα χαλαρώνει. Δεν θεωρώ ότι με βάση αυτήν την υπόθεση μπορεί να «σταθεί» μια απόδειξη μαθηματικά ισχυρή.

2) Η δύναμη στη ράβδο από τον άξονα είναι κατακόρυφη και όχι αυτή που σχεδιάστηκε στο σχήμα. Αλλά δεν μας χρειάζεται! Σε αντίθετη περίπτωση θα αποδεικνύαμε ότι είναι κατακόρυφη από τη δυναμική της ράβδου.

3) Θα μπορούσε να διατυπωθεί η «αντίρρηση» ότι, ναι μεν αρχικά το νήμα χαλαρώνει, αλλά μέσα σε Δt=0,1s, θα τεντωθεί ξανά. Αυτό δεν θα συμβεί, αλλά νομίζω ότι η παραπέρα μελέτη δεν μπορεί να γίνει με βάση τη Λυκειακή Φυσική.

dmargaris@gmail.com