

Α.Δ.Ο για μπαλάκι που πέφτει κάθετα σε τοίχο (Ελαστική κρούση)

Από Καρακύργιο Τόλη

Ερώτηση μαθητή μου: ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΣΧΟΛ. ΒΙΒΛΙΟ ΓΙΑ ΕΛΑΣΤ.ΚΡΟΥΣΗ ΣΦΑΙΡΑΣ ΠΟΥ ΠΕΦΤΕΙ ΚΑΘΕΤΑ ΣΕ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΤΟΙΧΟ Η ΟΡΜΗ ΠΡΙΝ ΕΙΝΑΙ mu ΕΝΩ ΜΕΤΑ $-mu$.

ΑΡΑ Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΙΝΑΙ $+2mu$ ή $-2mu$, εξαρτάται από τη θετική φορά που επιλέγεις. Αρα δεν ισχύει η Α.Δ.Ο γιατί αν ισχυε η μεταβολή της ορμής θα ήταν μηδέν για το σύστημα. Τα σχολία σας

Απάντηση από τον/την [George Panagiotakopoulos](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 11:28

Η ΑΔΟ δεν ισχύει σε αυτή την περίπτωση. Το σύστημα τοίχος - μπαλάκι δεν είναι μονωμένο!!!!

Απάντηση από τον/την [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 11:57
Ποιο είναι το σύστημα, για το οποίο θέλουμε να εξετάσουμε αν ισχύει η ΑΔΟ; Όχι η σφαίρα αλλά το σύστημα σφαίρα-τοίχος.
Δείτε σε ένα αρχείο pdf την συνέχεια. [κρούση με τοίχο..pdf](#)

Απάντηση από τον/την [Ιρις Ιωάννου](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 12:38
Απάντηση στο επισυναπτόμενο έγγραφο...

Συνημμένα:

Απάντηση από τον/την [Παπασγουριδης Θεωδωρής](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 15:45

Ομολογώ συνάδελφε (επέτρεψέ μου το Τόλη) πως μέχρι πέρυσι, όταν δίδασκα το αντίστοιχο αντικείμενο παρακαλούσα να μη δεχθώ την αντίστοιχη ερώτηση, διότι η απάντηση που θα έδινα δε με ικανοποιούσε.

Η απάντηση αυτή θα ήταν το κλασικό: "το σύστημα δεν είναι μονωμένο αφού ο τοίχος δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οι οποίες δε μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες συγκρινόμενες με την εσωτερική δύναμη αλληλεπίδρασης σφαίρας-τοίχου". Ήξερα ότι, ναι μεν καλύπτει τους μαθητές, αλλά είναι αρκετά επιφανειακή.
Τη λύση μου την έδωσε η [ανάρτηση](#) του Διονύση, πέρυσι την άνοιξη. Ειλικρινά ένιωσα ότι έγινα "πλουσιότερος" σε κάτι τόσο απλό και ταυτόχρονα τόσο σύνθετο.
Χαίρομαι που και η συνάδελφος Ιρις έχει την ίδια προσέγγιση στο θέμα.

Το blog του Διονύση περιέχει τρομερό πλούτο γνώσης σε θέματα που αξίζουν την προσοχή μας. Ειλικρινά τρελλαίνομαι όταν διαβάζω σχόλια νέων μελών του δικτύου, που χωρίς προφανώς να έχουν ψάξει τι περιέχει το blog αποφασίζουν ότι το επίπεδο δεν τους καλύπτει.....και στέλνουν αναρτήσεις που τις αυτοδιαφημίζουν (νέα ήθη στον τρόπο γραφής) ως πρωτότυπες (;;;) και πρωτοποριακές.....

Απάντηση από τον/την [George Panagiotakopoulos](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 16:42

Συνάδελφοι:

- 1) Έχουμε ένα σύστημα που δεν είναι μονωμένο, αλλά ισχύει η ΑΔΟ;
- 2) Έχουμε ένα σύστημα σωμάτων που είναι ο τοίχος και το μπαλάκι, ο τοίχος δέχεται δύναμη από το πάτωμα και το ταβάνι και ο τοίχος εκτελεί μικροκινήσεις άρα εφαρμόζω ΑΔΟ;
- 3) Οι μικροκινήσεις του τοίχου είναι μικρές ταλαντώσεις, με το κάτω και πάνω σημείο σταθερό και ακλόνητο και νομιμοποιούμαι να εφαρμόσω την ΑΔΟ;

4) Με άλλα λόγια ο τοίχος αποκτά ταχύτητα τέτοια ώστε η ορμή του μαζί με αυτή της μικρής μπάλας να παραμένει σταθερή;
Δε συμφωνώ με τα παραπάνω και εξηγούμαι αμέσως:
Αν ο "τοίχος" ήταν από άκαμπτο υλικό και είχε μάζα κοντά στη μάζα που έχει το μπαλάκι πως θα προέκυπτε η ΑΔΟ; Πως θα προέκυπτε η αντίθετη ορμή της μπάλας;
Αν όλα τα σώματα που ήταν στερεωμένα θεωρούσαμε ότι έκαναν μικροκινήσεις όταν δεχόντουσαν την κρούση με μία μπάλα, τότε θα μπορούσαμε πάντοτε να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Ο. και αυτό δεν είναι σωστό.
Θεωρώντας ως σύστημα σωματιδίων τα δύο σώματα, τότε κάποια σωματίδια (του τοίχου) δέχονται εξωτερικές δυνάμεις και το σύστημα δεν είναι μονωμένο. Αυτές τις δυνάμεις δεν μπορούμε να τις αγνοήσουμε όπως κάνουμε με το βάρος ή με άλλες σταθερές δυνάμεις υπονοώντας τη μικρή χρονική διάρκεια!!

Υποστηρίζω ότι σε ένα τέτοιο σύστημα δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Ο. **διότι δεν ισχύει**, άσχετα αν το σώμα είναι μεγάλο ή όχι. Ακόμη και αν θεωρηθεί ότι εκτελεί μικροκινήσεις ο τοίχος, οι δυνάμεις που δέχεται από τα σημεία που είναι πακτωμένος δεν αφήνουν "ελεύθερη" την ορμή του.

Απάντηση από τον/την [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 17:24
Λοιπόν φίλε Γιώργο. Ξέχασε τον τοίχο. Έχουμε ένα σώμα μάζας M (πολύ μεγάλης, ας πούμε $M=10.000\text{kg}$), ακίνητο. Πάνω του πέφτει ένα μπαλάκι μάζας $m=0,1\text{kg}$ με ταχύτητα $u=2\text{m/s}$ και η κρούση είναι ελαστική.

Τι ταχύτητα αποκτά το μπαλάκι; Τι το σώμα μάζας M ; Διατηρείται η ορμή;
Αλλά ας το αφήσουμε αυτό.

Ένα σώμα μάζας $0,1\text{kg}$ αφήνεται από ύψος $h=1\text{m}$ και συγκρούεται ελαστικά με το έδαφος.

Είναι το σύστημα μονωμένο; Ισχύει η ΑΔΟ;

Αν λοιπόν ο τοίχος είναι κολλημένος με τη γη δεν έχουμε παρά να βάλουμε και τη γη στο σύστημα.

Και για να επανέλθουμε στο αρχικό ερώτημα. Το λάθος γίνεται γιατί συζητάμε αν ισχύει η ορμή και αναφερόμαστε μόνο στην μπάλα. Το ερώτημα είναι για ποιο σύστημα σωμάτων συζητάμε.

Με ένα μικρό μπαλάκι συνάδελφοι, μπορώ να μετακινήσω όχι μόνο τη ΓΗ αλλά ολόκληρο τον Γαλαξία!!!

Και βάλε....

Ευχαριστώ Θεοδωρή για την υπενθύμιση της περσινής ανάρτησης.

Απάντηση από τον/την [Βαγγέλης Κολτσάκης](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 17:59
Δεν περίμενα τόσες διαφωνίες στο θέμα.

Σαφώς πρέπει να ορίζεται το ποιο είναι το σύστημα και να ξεκαθαρίζεται το αν είναι μονωμένο.

Γενικά, σε ερωτήσεις καλών μαθητών, απάντηση του τύπου "...αποκτά και η Γη αντίθετη ορμή, αλλά, καθώς η μάζα της είναι τόσοσο μεγαλύτερη από της μπάλας..." στην πράξη ήταν ιδιαίτερα πειστική.

Αν τους πούμε ένα ξερό "...ξέρεις, εδώ δεν ισχύει η ΑΔΟ...", αρχίζουμε εμείς να μη φαινόμαστε στους μαθητές πειστικοί.

Αλλά, ας δούμε στο επισυναπτόμενο τι λέει και το Interactive Physics για διάφορες τιμές μαζών...

Συνημμένα:

Απάντηση από τον/την [George Panagiotakopoulos](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 18:00

Φίλε Διονύση, εγώ υποστηρίζω ότι όταν και τα δύο σώματα είναι ελεύθερα χωρίς να δέχονται δυνάμεις έξω από το σύστημά τους (σύστημα απομονωμένο), τότε η ΑΔΟ ισχύει για οποιαδήποτε μάζα, όσο μεγάλη και αν είναι!!!

Όταν όμως λέμε και μελετάμε το σύστημα τοίχος - μπαλάκι, τότε ΔΕΝ διατηρείται η ορμή. Αν θεωρήσουμε ότι η ΓΗ υπάρχει και είναι συνδεδεμένη με τον τοίχο, τότε στο σύστημα μπαλάκι-Γη- τοίχο ΝΑΙ διατηρείται η ορμή. Αλλά είναι παραπλανητικό να λύνουμε την προηγούμενη άσκηση με $M \rightarrow \infty$ και να μιλάμε μόνο για τον τοίχο. Πρέπει να μιλήσουμε για όλη τη Γη και βάλει όπως λες και εσύ.

Θα σου θέσω λοιπόν και εγώ ένα άλλο θέμα!!! Ένα σώμα κινείται οριζόντια και συγκρούεται ελαστικά με ακίνητη κατακόρυφη ράβδο (σε τυχαίο σημείο) που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το πάνω άκρο της. Ποιες αρχές διατήρησης ισχύουν;

Απάντηση από τον/την [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 18:46
Κατ' αρχήν να συμφωνήσω με το θέμα όπως το βάζει ο Βαγγέλης: "...αποκτά και η Γη αντίθετη ορμή, αλλά, καθώς η μάζα της είναι τόσοσο μεγαλύτερη από της μπάλας... στην πράξη ήταν ιδιαίτερα πειστική."

Φίλε Γιώργο προφανώς και στο παράδειγμα που βάζεις εφαρμόζουμε για το σύστημα την ΑΔΣ και όχι την ΑΔΟ, αφού το σύστημα δέχεται εξωτερική δύναμη από τον άξονα περιστροφής της ράβδου.

Δεν είναι παραπλανητικό όμως να λύνουμε το πρόβλημα της κρούσης με μάζα που τείνει στο άπειρο.

Ίσα-ίσα είναι συνεπές με ότι διδάσκουμε, χωρίς να φαινόμαστε μη πειστικοί (που λέει και ο Βαγγέλης).

Ας το δούμε:

Από πού προκύπτει ότι το μπαλάκι αποκτά ταχύτητα -u;

Αντιγράφω από το σχολικό βιβλίο:

"Αν η σφαίρα Σ2 της προηγούμενης παραγράφου έχει πολύ μεγαλύτερη μάζα από την Σ1 και είναι ακίνητη πριν την κρούση οι σχέσεις (5.8) και (5.9) δίνουν $u_1' = -u_1$ και $u_2' = 0$ δηλαδή η σφαίρα μικρής μάζας ανακλάται..."

Δηλαδή λέμε στο παιδί ότι η ταχύτητα είναι ίση με -u1 χρησιμοποιώντας τους τύπους (5.8) και (5.9) που ΠΡΟΕΚΥΨΑΝ ΑΠΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΑΔΟ και μετά αναρωτιόμαστε αν ισχύει η ΑΔΟ και μάλιστα θα τους πούμε ότι δεν ισχύει, γιατί το σύστημα δεν είναι μονομένο;

Θα μπορούσαμε να καταλήξουμε στο ίδιο συμπέρασμα από άλλους δρόμους;

Ναι.

Αν ορίζαμε την ελαστική κρούση ότι ισχύει μόνο η διατήρηση της κινητικής ενέργειας, πριν και μετά την κρούση. Τότε θα λέγαμε ότι:

"Ο τοίχος επειδή είναι πακτωμένος δεν κινείται ούτε πριν, ούτε μετά την κρούση και από την σχέση: $K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετά}}$ για τη σφαίρα προκύπτει ότι"

Τότε στο ερώτημα, διατηρείται η ορμή, η απάντηση θα ήταν ΟΧΙ.

Τώρα όμως ΕΙΜΑΣΤΕ ΥΠΟΧΡΕΩΜΕΝΟΙ να πούμε ότι η ορμή του συστήματος διατηρείται.

Απάντηση από τον/την [George Panagiotakopoulos](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 20:45

Φίλε Διονύση, η ΑΔΟ δεν πρέπει να ισχύει σύμφωνα με τα λεγόμενά σου; Δηλαδή έχω ένα σύστημα που αποτελείται από τη ΓΗ, τη ράβδο και το μπαλάκι. Ισχύει η ΑΔΟ στο σύστημα αυτό;

Βλέπεις πόσο γρήγορα πέφτουμε σε προβλήματα όταν δεν καθορίσουμε με σαφήνεια το σύστημα που έχουμε;

Το σχολικό βιβλίο λέει: ...*σύμφωνα με τα παραπάνω, όταν μία μικρή σφαίρα προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου* Δηλαδή σύστημα τοίχος+σφαίρα. Ισχύει η ΑΔΟ; Τι θα σκεφτεί ο μαθητής; Έχω τον τοίχο, έχω τη σφαίρα, νάτο το σύστημα. Ισχύει η ΑΔΟ;

Δε διαφωνώ με την προσέγγιση που θέτεις με την πολύ μεγάλη μάζα. Η γραφή του

σχολικού βιβλίου δεν είναι ικανοποιητική. Από τη γραφή αυτή συνάγεται ότι η ορμή του συστήματος τοίχος - μπαλάκι είναι σταθερή. Να σου θυμίσω ότι συνήθως ο μαθητής δε βάζει τη Γη στο μυαλό του. Θα μου πεις αυτό τον λυτρώνει; Όχι, αλλά το να υπονοούμε ότι ισχύει η ΑΔΟ στο σύστημα τοίχος - μπαλάκι, αυτό είναι λάθος!!!

Απάντηση από τον/την [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 1 Οκτώβριος 2009 στις 22:02
Φίλε Γιώργο.

Για την κρούση της σφαίρας με την ράβδο, προφανώς αν βάλουμε στην συζήτηση και τη Γη η ορμή διατηρείται. Αλλά τι μπορούμε να βγάλουμε από αυτό; Τίποτα. Αν πάρουμε σαν σύστημα μόνο τη σφαίρα και τη ράβδο, η ορμή πράγματι δεν διατηρείται και γι' αυτό καταλήγουμε στην ΑΔΣ.

Αλλά ας έρθουμε στον τοίχο.

Από το πρώτο μου σχόλιο είχα πει:

"Αν βέβαια ο τοίχος θεωρηθεί ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ακίνητος (χωρίς να ταλαντώνεται ούτε κατά ελάχιστον, έστω τοπικά) και κολλημένος απόλυτα στο έδαφος, τότε πράγματι το σύστημα μπάλα- τοίχος δεν είναι μονομένο, οπότε η ΑΔΟ δεν ισχύει."

Το ερώτημα όμως μπαίνει τι λέμε σε ένα μαθητή που λέει: "ΑΡΑ Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΙΝΑΙ $+2mu$ ή $-2mu$,"

Στον οποίο μαθητή έχουμε διδάξει ότι η ταχύτητα είναι $u_1' = -u_1$ εφαρμόζοντας τις εξισώσεις (5.8) και (5.9) οι οποίες προκύπτουν με βάση την ΑΔΟ.

Εδώ είμαστε υποχρεωμένοι να μείνουμε συνεπείς με αυτά που έχουμε διδάξει (με βάση το βιβλίο, αν είχαμε ένα άλλο βιβλίο και μια άλλη απόδειξη το συζητάγαμε...)

Αλλά ας έρθουμε και ας δούμε το πράγμα ουσιαστικά.

Ο πραγματικός τοίχος, δεν μένει ακίνητος, Η θέση μου είναι ότι τίθεται, τουλάχιστον τοπικά, σε ταλάντωση, οπότε είναι πολύ πιο κοντά στην πραγματικότητα να πούμε ότι αποκτά και αυτός ορμή, παρά να λέμε ότι παραμένει ακίνητος και η ορμή του είναι μηδενική.

Απάντηση από τον/την [Διονύσης Μάργαρης](#) στις 2 Οκτώβριος 2009 στις 21:23
Γράφει η φίλη Ίρις Ιωάννου: «Γιατί όπως λέμε και οι τοίχοι έχουν ορμή εκτός από ... αυτιά»!

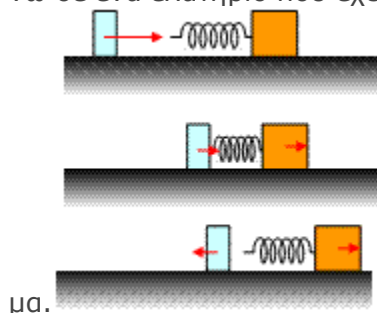
Δεν ξέρω αν οι τοίχοι έχουν αυτιά, πάντως ορμή μπορεί και να έχουν. Με αφορμή την συζήτηση που προηγήθηκε ας δούμε λίγο πιο αναλυτικά το θέμα μιας ελαστικής κρούσης.

Και πρώτα-πρώτα πότε μια κρούση λέγεται ελαστική;

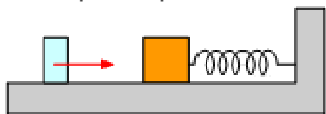
Όταν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των σωμάτων είναι δυνάμεις ελαστικής παραμόρφωσης, δηλαδή δυνάμεις που υπακούουν στον νόμο του Hooke. Το καλύτερο όμως μοντέλο που έχουμε για να μελετήσουμε τη δράση τέτοιων δυνάμεων είναι το ιδανικό ελατήριο (έτσι για να δώσουμε και μια απάντηση στο ερώτημα: τι κόλλημα έχετε πάθει οι Φυσικοί με το ελατήριο;)

Όταν δηλαδή ένα κινούμενο σώμα συγκρούεται ελαστικά με ένα άλλο ακίνητο, στη διάρκεια της κρούσης και τα δυο σώματα υπόκεινται σε ελαστικές παραμορφώσεις, που υπάρχουν για όσο χρόνο τα σώματα βρίσκονται σε επαφή, ενώ αποκτούν ξανά την αρχική τους μορφή μετά την κρούση.

Η κατάσταση είναι απολύτως όμοια, αν φανταστώ ότι το κινούμενο σώμα πέφτει πάνω σε ένα ελατήριο που έχει προσδεθεί πάνω στο δεύτερο σώ-

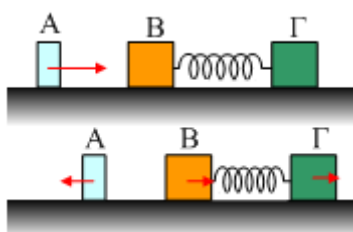


Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η κατάσταση που παρατηρείται. Προφανώς στη διάρκεια του φαινομένου η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή. Και τι συμβαίνει όταν το κινούμενο σώμα συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά με ένα δεύτερο σώμα που είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου, όπως στο παρακάτω σχήμα;



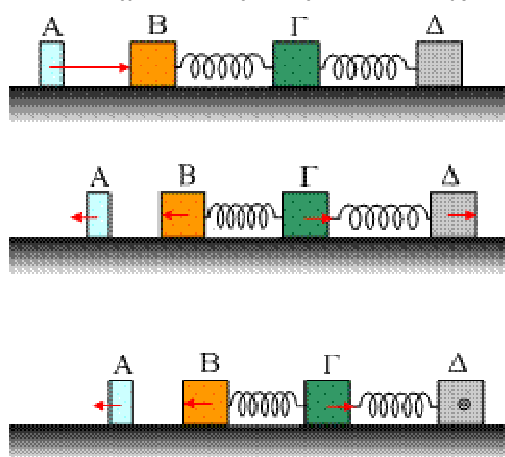
Πάλι θα ισχύει η ΑΔΟ, ακόμη και αν το ελατήριο δεν βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, αφού η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα, θεωρείται πολύ μικρή σε σχέση με την δύναμη αλληλεπίδρασης (η ώθηση της δύναμης του ελατηρίου θεωρείται αμελητέα σε σχέση με την ώθηση της δύναμης αλληλεπίδρασης). Να σημειωθεί ότι η δύναμη του ελατηρίου είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα των δύο σωμάτων. Η δύναμη του ελατηρίου, σαν εξωτερική δύναμη, θα μεταβάλλει την ορμή του σώματος Β, μετά την κρούση, αλλά αυτό δεν μας κάνει να υποστηρίξουμε ότι ΚΑΤΑ τη διάρκεια της κρούσης δεν ισχύει η ΑΔΟ.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι το ακίνητο σώμα Β δένεται στο ένα άκρο του ελατηρίου, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο το σώμα Γ. Το σύστημα βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα.



Μετά την ελαστική κρούση του σώματος Α με το Β, το ελατήριο συμπιέζεται και σε κάποια στιγμή έχουμε την δεύτερη εικόνα, του παραπάνω σχήματος. Για την κρούση των σωμάτων Α και Β ισχύει η ΑΔΟ, αλλά και για την μετέπειτα αλληλεπίδραση μέσω του ελατηρίου των Β και Γ, ισχύει ξανά η ΑΔΟ. Συνεπώς αν πάρουμε τα σώματα Β και Γ σαν ένα σώμα (ας το βαφτίσουμε σοχίot), μπορούμε να πούμε ότι αν πάρουμε την ορμή πριν την κρούση θα είναι ίση με την συνολική ορμή Α-σοχίot μια οποιαδήποτε στιγμή μετά την κρούση. Το σύστημα των σωμάτων Α, Β και Γ δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, είναι μονομένο.

Το ίδιο ισχύει και για την παρακάτω κρούση και την κίνηση των σωμάτων Β, Γ και Δ. Το σύστημα είναι μονομένο και ισχύει η ΑΔΟ.

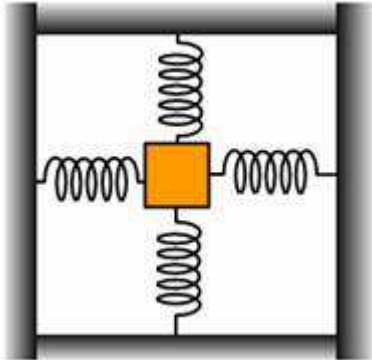


Αλλά και αν το σώμα Δ ήταν πακτωμένο, δηλαδή δεν είχε την δυνατότητα κίνησης, για την κρούση μεταξύ των Α, Β θα ίσχυε η ΑΔΟ, αλλά μετά κατά την αλληλεπίδραση των Β και Γ, δεν θα ίσχυε, αφού η δύναμη του ελατηρίου μεταξύ των Γ και Δ, είναι εξωτερική για το σύστημα των σωμάτων Β και Γ.

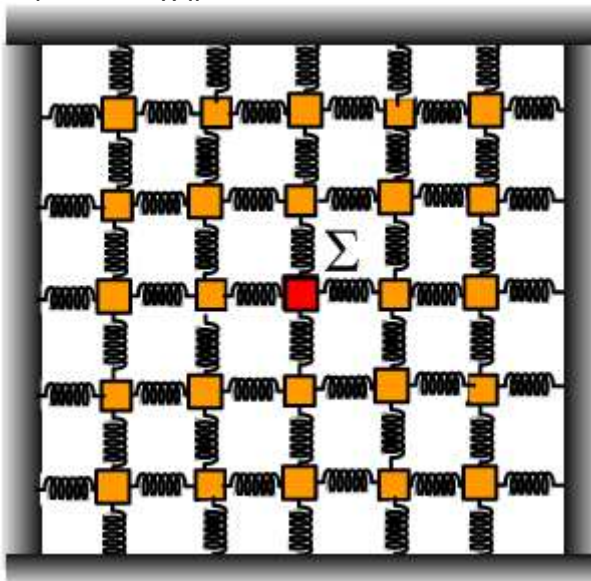
Τι απάντηση θα δίναμε αν μας ετίθετο το ερώτημα: Ισχύει η ΑΔΟ για την κρούση μεταξύ του σώματος Α και του συστήματος ΒΓΔ (ας το ονομάσουμε ξανά με το όνομα σοχίot); Στο σοχίot ασκείται εξωτερική δύναμη, στο σημείο πάκτωσης, με αποτέλε-

σμα το σώμα σοχίσις να μην μετακινηθεί συνολικά αποκτώντας ταχύτητα προς τα δεξιά. Αλλά κατά την αλληλεπίδραση του Α με ένα μέρος του σοχίσις (το Β) η ορμή διατηρείται και το σώμα σοχίσις έχει αποκτήσει ορμή, ίση με την ορμή αμέσως μετά την κρούση του τμήματος Β...

Στη θέση των σωμάτων Β, Γ και Δ βάλτε τρία τούβλα που είναι κολλημένα με τσιμέντο, ενώ το τελευταίο, το Δ είναι κολλημένο με κόλλα... πλακιδίων με το έδαφος... Ας πάρουμε τώρα ένα σώμα Σ που συνδέεται με τέσσερα κατακόρυφα ελατήρια, όπως στο παρακάτω σχήμα.



Μια μπάλα κινείται οριζόντια και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ. Ισχύει προφανώς η ΑΔΟ για την κρούση αυτή. Μετά την κρούση το σώμα Σ θα κάνει μια οριζόντια ταλάντωση, αλλά αυτό δεν έχει να κάνει με την κρούση. Έστω τώρα ότι δεν έχουμε μόνο το σώμα Σ, αλλά πολλά όμοια σώματα, όπως στο παρακάτω σχήμα.



Μια μπάλα κινείται οριζόντια και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ (κόκκινο χρώμα). Ισχύει η ΑΔΟ για την κρούση μεταξύ της μπάλας και του Σ; Προφανώς ισχύει. Μετά την κρούση το Σ, μέσω των ελατηρίων αλληλεπιδρά με τα άλλα σώματα του σχήματος, και πολύ σύντομα θα δούμε να κινούνται λίγο-πολύ όλα αυτά τα σώματα. Ας ονομάσουμε το σύστημα των σωμάτων ξανά σοχίσις. Ισχύει η ΑΔΟ για την κρούση της μπάλας με το σώμα σοχίσις; Για όσο χρόνο διαρκεί η κρούση, ναι ισχύει. Και το σώμα σοχίσις έχει αποκτήσει ορμή, ίση με το γεωμετρικό άθροισμα των ορμών όλων των σωμάτων που αποτελούν το σώμα σοχίσις. Μετά βέβαια έχουμε μια πολύπλοκη κατάσταση, όπου τα ελατήρια που βρίσκονται στην άκρη, ασκούν εξωτερικές δυνάμεις στα επιμέρους σώματα και η κατάσταση αλλάζει...

Η παραπάνω εικόνα προσομοιάζει ένα τοίχο, όπου τα σώματα είναι τα τούβλα, που έστω ότι γύρω-γύρω υπάρχουν ισχυρές κολώνες (πραγματικά πολύ σκληρές για να τεθούν σε ταλάντωση), ασκώντας εξωτερικές δυνάμεις.

Τι λέτε ισχύει η διατήρηση της ορμής κατά την κρούση μεταξύ μιας μπάλας και του

τοίχου;

ΥΓ. 1.

Διδάσκουμε ότι στην κρούση η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή αν το σύστημα είναι μονομένο. Αλλά για ποια σώματα κάνουμε την μελέτη μας; Για κρούση μεταξύ δύο σημειακών αντικειμένων. Όχι για σώματα όπου έχουν μεγάλη έκταση και όπου στην πραγματικότητα η μπάλα συγκρούεται με ένα μικρό τμήμα του. Μιλάμε για μικρές σφαίρες και όχι για κρούση μιας σφαίρας στο μέσον μιας χορδής με πακτωμένα άκρα. Μπορούμε να φανταστούμε το στάσιμο κύμα που θα μπορούσε να δημιουργηθεί πάνω στη χορδή;

ΥΓ.2.

Τι προβλέπει η κινητική θεωρία για την κρούση των μορίων ενός αερίου με το τοίχωμα του δοχείου; Ελαστική κρούση, όπου το μόριο επιστρέφει με ταχύτητα ίσου μέτρου. Αλλά:

Μπορεί να ερμηνεύσει πώς μπορεί να θερμαίνεται ένα αέριο μέσα σε ένα δοχείο, όταν το θερμαίνουμε με ένα κερί; Όχι. Για να το ερμηνεύσουμε, τροποποιούμε την άποψή μας, δεχόμενοι ότι ένα μόριο αερίου συγκρούεται με ένα μόριο του τοιχώματος.

ΥΓ.3.

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται. Αφού το τμήμα του τοίχου που γίνεται η σύγκρουση, αποκτά ορμή, αποκτά και κινητική ενέργεια. Τι θα απογίνει η κινητική ενέργεια του τμήματος αυτού του τοίχου; Εξαιτίας της αλληλεπίδρασης μεταξύ των διαφόρων τμημάτων του τοίχου, αυτή η ενέργεια τελικά διασκορπίζεται στα στοιχειώδη σωματίδια του μέσου (μόρια-άτομα), όπου αυξάνουν την μέση κινητική τους ενέργεια, οπότε τελικά ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ η θερμοκρασία του. Άρα τελικά, η κινητική ενέργεια αυξάνει την εσωτερική ενέργεια του τοίχου. Λέμε συνήθως (όχι τόσο σωστά) ότι μετατρέπεται σε θερμότητα....

Απάντηση από τον/την **George Panagiotakopoulos** στις 3 Οκτώβριος 2009 στις 14:02

Όμορφη συζήτηση ανοίξαμε φίλε Διονύση!!!!

Θεωρώ ότι δεν μπορεί να προσεγγιστεί ο τοίχος ως σύνολο μικρών σωμάτων δεμένα με ελατήρια που μπορεί να εξηγήσει την αντίθετη ορμή που έχει το μπαλάκι όταν πέφτει πάνω στον τοίχο. Προφανώς οι αλληλεπιδράσεις είναι πολύ πιο πολύπλοκες και ίσως διαφορετικές από αυτές που παρουσιάζονται στο παράδειγμά σου και εξηγούμαι:

Όπως θεώρησες ένα τοίχο φτιαγμένο με τον τρόπο που είπες (τα υλικά σημεία του τοίχου δεμένα με ελατήρια), θεωρώ και εγώ **ένα σώμα φτιαγμένο ακριβώς με τον ίδιο τρόπο**, αλλά με λιγότερα σημεία (μικρότερης μάζας από αυτή του τοίχου). Θεωρώ επίσης ότι κάθε υλικό σημείο του σώματος αυτού (που ας το ονομάσουμε $ορ_1$) έχει ακριβώς την ίδια μάζα με κάθε υλικό σημείο του τοίχου. Η κρούση που θα γίνει μεταξύ του σώματος $ορ_1$ και του τοίχου θα είναι μία κρούση υλικών σημείων 1 προς 1. Δηλαδή το υλικό σημείο Σ του τοίχου θα χτυπήσει ελαστικά το υλικό σημείο Σ' του $ορ_1$ κοκ. Σε μία τέτοια κρούση (ελαστική με υλικά σημεία ίσης μάζας) τα υλικά σημεία ανταλλάσσουν ταχύτητες. Έτσι όλα τα υλικά σημεία του $ορ_1$ θα ακινητοποιηθούν και την ταχύτητά τους θα την αποκτήσουν τα αντίστοιχα υλικά σημεία του

τοίχου. Δηλαδή το σώμα ορμάει δε θα γυρίσει πίσω αλλά θα ακινητοποιηθεί και θα πέσει μπροστά στον τοίχο. Η πραγματικότητα βέβαια είναι άλλη, οπότε υποστηρίζω ότι ένας τοίχος με διαστάσεις (και όχι απλά ένα φύλλο) θα έχει σίγουρα άλλη συμπεριφορά και δε προσεγγίζεται ικανοποιητικά από το μοντέλο που έφτιαξες. Με άλλα λόγια, δε μπορούμε να ερμηνεύσουμε την ελαστική κρούση ενός σώματος με ένα τοίχο, χρησιμοποιώντας τις μικροκινήσεις του τοίχου.

Για τις αλληλεπιδράσεις δεν είμαι εντελώς σίγουρος. Φαντάζομαι όμως ότι αυτές εμφανίζονται ως ηλεκτροστατικές αλληλεπιδράσεις που δρουν από απόσταση μεταξύ των μορίων του τοίχου και της μικρής μπάλας. Η ελαστικότητα των δύο σωμάτων κρίνει και τη διάρκεια της κρούσης. Έχω την αίσθηση ότι κατά τη διάρκεια αυτή δε διατηρείται η ορμή, επειδή το ένα σώμα είναι πακτωμένο. Πάρε ως παράδειγμα τον ακροβάτη που πέφτει κατακόρυφα στο οριζόντιο, καλά τεντωμένο δίχτυ. Η ορμή του ακροβάτη - δίχτυ ελάχιστα πριν την κρούση είναι διάφορη του μηδενός. Στη συνέχεια το δίχτυ ακινητοποιεί στιγμιαία τον ακροβάτη, έχοντας υποστεί μία παραμόρφωση και ο ακροβάτης και το δίχτυ. Τη χρονική εκείνη στιγμή η ορμή ακροβάτη - δίχτυ ισούται με μηδέν. Βάλε στη θέση του δικτυού τον τοίχο και κάνε την αντιστοίχιση.

Άλλο παράδειγμα. Έστω ότι έχουμε ένα μπαλάκι του πινγκ-πονγκ και μία ρακέτα που αντί για ξύλο είναι φτιαγμένη από ένα μεταλλικό στεφάνι πάνω στο οποίο έχουμε προσαρμόσει μία απόλυτα ελαστική μεμβράνη. Το μπαλάκι κινούμενο προς τα δεξιά και οριζόντια χτυπά στο κέντρο της μεμβράνης. Η μεμβράνη συμπιέζεται. Κάποια στιγμή ακινητοποιείται μεμβράνη και μπαλάκι (η κρούση δεν έχει τελειώσει). Στη συνέχεια η μεμβράνη σπρώχνει το μπαλάκι προς τ' αριστερά. Τη στιγμή που το μπαλάκι χάνει την επαφή του από τη μεμβράνη, τα υλικά σημεία της μεμβράνης κινούνται με την ίδια φορά που έχει και το μπαλάκι. Δεν υπάρχει διατήρηση της ορμής του συστήματος μπαλάκι - ρακέτα. Όλα τα υλικά σημεία του συστήματος μπαλάκι - ρακέτα έχουν ορμή προς τ' αριστερά ενώ στην αρχή είχαν προς τα δεξιά.

Η ερμηνεία της κρούσης του σώματος με τον τοίχο με τη βοήθεια των μικροκινήσεων του τοίχου, άρα και η διατήρηση της ορμής τοίχου - μπάλας κατά την ταπεινή μου άποψη δεν μπορεί να ισχύει. Εφόσον όμως θεωρηθεί ότι η μάζα του τοίχου περικλείει και τη μάζα της Γης, τότε μπορείς να χρησιμοποιείς την ΑΔΟ για το σύστημα μπαλάκι - τοίχος+Γη.

Χρήσιμο video ίσως αποτελεί

το: <http://scienceteachersnet.ning.com/video/krohuseis-1> που ανέβασε ο Βαγγέλης Κολτσάκης.

Απάντηση από τον/την **Παναγιώτης Χριστάκος** στις 4 Οκτώβριος 2009 στις 23:45
Στην απορία του μαθητή για τον αν ισχύει η διατήρηση της ορμής η απάντηση είναι η εξής:

Αν ο τοίχος είναι σώμα ελεύθερο να κινηθεί τότε η ορμή του συστήματος μπαλάκι-τοίχος διατηρείται και μάλιστα στην περίπτωση αυτή η μεταβολή της ορμής του αρχικά ακίνητου σώματος (τοίχος) είναι **μέγιστη** έστω και αν η ταχύτητά του είναι πολύ μικρή.

Αν όμως ο τοίχος δεν είναι σώμα ελεύθερο να κινηθεί, συμφωνώ με το Γιώργο η ορμή του συστήματος μπαλάκι-τοίχος δε διατηρείται.

Το παραπάνω αποδεικνύεται ως εξής:

Για το σύστημα τοίχος-μπαλάκι

$$\Delta P = \Sigma F_{\text{εξ}} \cdot \Delta t \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

Αν $\Sigma F_{\text{εξ}} = 0$ τότε $\Delta P = 0$ άρα η ορμή διατηρείται (σύστημα απομονωμένο)

Αν $\Sigma F_{\text{εξ}} \neq 0$ (μη απομονωμένο σύστημα) τότε διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

Αν $\Sigma F_{\text{εξ}}$ μικρή (τα σώματα είναι ελεύθερα να κινηθούν) τότε μπορούμε να θεωρήσουμε το γινόμενο $\Sigma F_{\text{εξ}} \cdot \Delta t$ πρακτικά μηδέν (εφόσον $\Delta t \rightarrow 0$). Συνεπώς ισχύει η διατήρηση της ορμής έστω και αν το σύστημα δεν είναι μονωμένο.

Αν $\Sigma F_{\text{εξ}} \rightarrow \infty$ (τα σώματα δεν είναι ελεύθερα να κινηθούν) τότε το γινόμενο $\Sigma F_{\text{εξ}} \cdot \Delta t$ αποτελεί απροσδιόριστη μορφή. Συνεπώς η διατήρηση της ορμής δεν ισχύει.

Στο παράδειγμά σου Διονύση νομίζω ότι υπάρχει ένα λάθος. Η μικροσκοπική ορμή των στοιχειωδών σωματιδίων που συνιστούν τον τοίχο δεν είναι η ορμή που μακροσκοπικά ο τοίχος έχει και που "μπαίνει" στη σχέση της διατήρησης της ορμής.

Απάντηση από τον/την **Διονύσης Μάργαρης** στις 5 Οκτώβριος 2009 στις 10:12

Όποιος μπαίνει στο χορό, φίλε Γιώργο, χορεύει. Και εμείς μπήκαμε, οπότε...

Ας κάνω μια προσπάθεια ακόμη, να χορέψω.

Γράφεις: «Προφανώς οι αλληλεπιδράσεις είναι πολύ πιο πολύπλοκες και ίσως διαφορετικές από αυτές που παρουσιάζονται στο παράδειγμά σου»

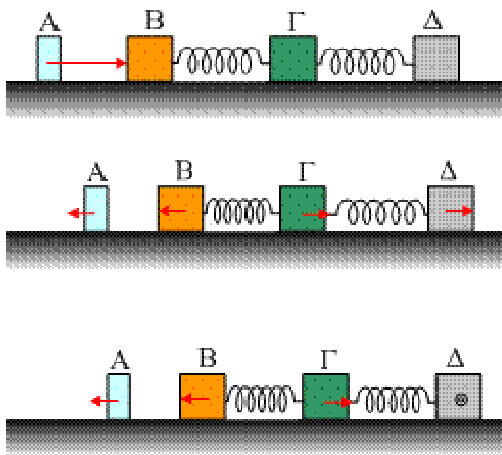
Νομίζω ότι οι αλληλεπιδράσεις είναι Ηλεκτρομαγνητικής φύσεως. Πολύπλοκες; Ναι.

Αλλά δεν έχω άλλο μοντέλο για να τις περιγράψω παρά το ελατήριο. Νόμιζα ότι ήταν

γενικά παραδεκτό μοντέλο...

Γράφεις: «Θεωρώ επίσης ότι κάθε υλικό σημείο του σώματος αυτού (που ας το ονομάσουμε ορλα) έχει ακριβώς την ίδια μάζα με κάθε υλικό σημείο του τοίχου. Η κρούση που θα γίνει μεταξύ του σώματος ορλα και του τοίχου θα είναι μία κρούση υλικών σημείων 1 προς 1. Δηλαδή το υλικό σημείο Σ του τοίχου θα χτυπήσει ελαστικά το υλικό σημείο Σ' του ορλα κοκ. Σε μία τέτοια κρούση (ελαστική με υλικά σημεία ίσης μάζας) τα υλικά σημεία ανταλλάσσουν ταχύτητες. Έτσι όλα τα υλικά σημεία του ορλα θα ακινητοποιηθούν και την ταχύτητά τους θα την αποκτήσουν τα αντίστοιχα υλικά σημεία του τοίχου.»

Συμφωνώ ότι θα είχες δίκιο, αν το σώμα που προσπίπτει στον τοίχο ήταν ένα απολύτως επίπεδο σώμα και τα υλικά σημεία του τοίχου ήταν ακίνητα. Θα πρόσεξες όμως νομίζω, ότι στο μοντέλο που περιέγραψα, ξεκίνησα από το παρακάτω σχήμα, για να δείξω ότι δεν υπάρχει μόνο το σώμα Β, αλλά πίσω του υπάρχουν και τα Γ και Δ.



Όσο και απλό ή ορλα και αν είναι το σώμα Α που λες, θα έχει και αυτό πίσω του άλλα υλικά σημεία. Όταν λοιπόν φρενάρουν τα πρώτα υλικά σημεία που θα αλληλεπιδράσουν με τον τοίχο, θα το πλησιάσουν τα υπόλοιπα διπλανά του υλικά σημεία που έρχονται πίσω του και η κατάσταση δεν θα είναι αυτή που λες. Εκτός και αν εννοείς ένα άτομο μόνο, που συγκρούεται με ένα άλλο άτομο του τοίχου. Αλλά τότε ερχόμαστε σε πειράματα σαν του Rutherford και δεν πιστεύω ότι η κρούση ερμηνεύεται με βάση την μη διατήρηση της ορμής. Εγώ πάντως δεν εννοούσα ατομικό επίπεδο (το οποίο θα ενδυνάμωνε την άποψή μου ότι η ορμή διατηρείται.). Μίλησα μόνο για μια μπάλα που κτυπά ένα τούβλο...

Όσο για το Video, προφανώς περιγράφει κάτι πολύ οφθαλμοφανές. Ένα πολύ μαλακό αλλά ελαστικό μπαλάκι, πέφτει στην κόψη μιας ατσαλένιας δοκού. Δηλαδή τι περίμενες να δείξει το Video να λυγίζει το ατσάλι; Γιατί μήπως είπα εγώ ότι αν τραβήξουμε σε video τον τοίχο θα τον δούμε να ...ταξιδεύει;

Φίλε Γιώργο.

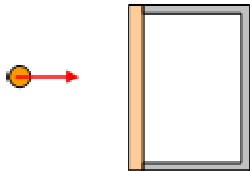
Ελπίζω να συμφωνούμε στο ότι η ισχύς κάποιου νόμου δεν πρέπει να εξαρτάται από το μέγεθος των εμπλεκόμενων σωμάτων (μιλάμε στον μακρόκοσμο, όχι για

...κβαντομηχανική). Δεν έχουμε διαφορετικές αρχές ανάλογα με το μέγεθος ενός σώματος. Αν λοιπόν κατά την κρούση μιας μικρής μπάλας με τον τοίχο δεν διατηρείται η ορμή, αφού το σύστημα δεν είναι μονομένο και ο τοίχος δεν αποκτά ορμή, θα πρέπει να ισχύει το ίδιο και για μια μεγαλύτερη μπάλα. Και για μια ακόμη μεγαλύτερη μπάλα. Και αν η μπάλα γίνει 100 κιλά δεν πρέπει να είναι ίδια η κατάσταση; Και αν η μπάλα γίνει του ενός τόνου. Ακλόνητος ο τοίχος; Και τότε πώς τους γκρεμίζουμε;

Αλλά ας αφήσουμε τον τοίχο. Ας βρούμε ένα άλλο παράδειγμα.

Και επειδή βλέπω ότι το μοντέλο του ελατηρίου, δεν σε ικανοποιεί, δείχνοντας ότι δεν είσαι κολλημένος ... Φυσικός και προτιμάς άλλα παραδείγματα, λέω να κάνω μια προσπάθεια να ξεκολλήσω και εγώ, οπότε έλα να παρακολουθήσουμε ένα πείραμα και να ακούσουμε τι λένε 4 μαθητές που τους έχουμε βάλει, σε συνεργατικά πλαίσια, να ερμηνεύσουν την πραγματικότητα.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται μια σφαίρα Σ μάζας 1kg με ταχύτητα $u=10\text{m/s}$ και συγκρούεται ελαστικά με οριζόντια σανίδα μήκους 4m και μάζας 9kg. Η σανίδα έχει προσκολληθεί ισχυρά, σε ένα σιδερένιο σώμα σχήματος η μάζας 10kg, όπως στο σχήμα. Ζητάμε από τους μαθητές μας να υπολογίσουν την ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση. Τους ρωτάμε ακόμη να εξετάσουν αν ισχύει η ΑΔΟ για την κρούση μεταξύ σφαίρας Σ και σανίδας.



Έχουμε τέσσερις μαθητές Α, Β, Γ και Δ.

Μαθητής Α: Το σύστημα των σωμάτων που συγκρούονται είναι **η σφαίρα και η σανίδα**. Στη διάρκεια της κρούσης η σανίδα δέχεται δύναμη από το σίδηρο, άρα το σύστημα **δεν** είναι μονομένο αφού αυτή είναι εξωτερική για το σύστημα Σ-σανίδα και κατά συνέπεια **ΔΕΝ** ισχύει η ΑΔΟ. Και αφού δεν μπορώ να εφαρμόσω την θεωρία της ελαστικής κρούσης, δεν μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση.

Μαθητής Β: Δεν συμφωνώ μαζί σου. Παίρνω τους τύπους της ελαστικής κρούσης για την σφαίρα και έχω:

$$u' = (m_1 - M)u / (m_1 + M)$$

και αντικαθιστώντας $M=9\text{kg}+10\text{kg}=19\text{kg}$, αφού βλέπω ότι και ο σίδηρος κινείται, βρίσκω την ταχύτητα της σφαίρας $u' = -9\text{m/s}$.

Μαθητής Γ: Και εγώ συμφωνώ με τον Β. Η κρούση πραγματοποιείται μεταξύ της σφαίρας από την μια μεριά και από την άλλη το ενιαίο στερεό που αποτελείται από

την σανίδα και τον σίδηρο μαζί, το οποίο βαπτίζω **τονθεσού**. Και εγώ βρίσκω το ίδιο αποτέλεσμα.

Μαθητής Α: Τι λέτε ρε παιδιά; Τι λέει η εκφώνηση; Μιλάει για κρούση μεταξύ **σφαίρας και σανίδας**. Τι δουλειά έχει το τονθεσού; Πού το βρήκατε; Κατασκευάζετε σώματα για να εφαρμόσετε τους νόμους της Φυσικής!!! Εγώ αρνούμαι να το αποδεχθώ. Θεωρώ ότι δεν έχω αρκετές πληροφορίες για να απαντήσω και απέχω.

Μαθητής Δ: Ξέρετε εγώ δεν τα κατέχω καλά όλα αυτά, αλλά είδα τον σίδηρο να κινείται. Μάλλον πρέπει να μπει στην λύση του προβλήματος. Αλλά τι γνώμη έχετε ισχύει η ΑΔΟ;

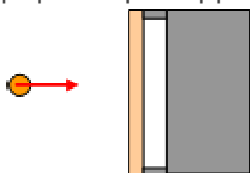
Μαθητής Β: Περιμένετε. Για να δω αν ισχύει η ΑΔΟ, υπολογίζω την μεταβολή της ορμής της σφαίρας και βρίσκω:

$$\Delta P = m_1 u' - m_1 u = -10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Οπότε συμπεραίνω ότι η ορμή **ΔΕΝ** διατηρείται κατά την κρούση της σφαίρας με την σανίδα, οπότε **ΔΕΝ** ισχύει η ΑΔΟ.

Μαθητής Γ: Μα τι λες βρε Β; Μιλάμε για την ορμή του συστήματος, όχι για την ορμή της σφαίρας. Εδώ δεν ακούγεται καλά τι λέει...

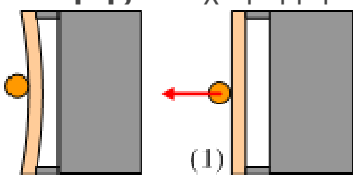
Καθηγητής Κ: Εντάξει παιδιά, ας προχωρήσουμε λίγο το πείραμά μας. Βάζουμε ένα μεγαλύτερο κομμάτι σιδήρου μάζας 1990kg. Τι πρόκειται να συμβεί;



Μαθητής Β: Με τον ίδιο τρόπο, όπως προηγουμένως βρίσκω $u' = -9,9 \text{ m/s}$.

Μαθητής Γ: Ωραία Β και εγώ το ίδιο βρίσκω, αλλά τι λες τώρα, ισχύει η ΑΔΟ;

Μαθητής Β: Όχι η ορμή δεν παραμένει σταθερή. Και να γιατί:



Καθώς η μπάλα κτυπάει τη σανίδα, την λυγίζει και σε μια στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά της, πριν γυρίσει προς τα πίσω, η συνολική ορμή είναι μηδέν. Ιδού λοιπόν που η ορμή δεν παραμένει σταθερή. Αλλά και τη στιγμή που επιστρέφει η σανίδα στην αρχική της θέση (1) και αποχωρίζεται από την σφαίρα, η σφαίρα έχει ορμή προς τα αριστερά, άρα η συνολική ορμή έχει φορά προς τα αριστερά, ενώ αρχικά είχαμε ορμή προς τα δεξιά...

Μαθητής Γ: Μα τι λες; Το σύστημα είναι μονομένο και πρέπει να διατηρείται η ορμή.

Μαθητής Β: Όχι το σύστημα **σφαίρα-σανίδα μεταξύ των οποίων έγινε η κρού-**

ση δεν είναι μονομένο, αφού η σανίδα δέχεται εξωτερικές δυνάμεις από τον σίδηρο.

Μαθητής Α: Τώρα μάλιστα, έρχεσαι στα λόγια μου Β. Αυτό είπα και εγώ, εδώ και ώρα. Αλλά δεν με άκουγες....

Μαθητής Γ: Παιδιά ακούστε: «το σύστημα το οποίο αλληλεπιδρά είναι από τη μια μεριά η σφαίρα και από την άλλη το ενιαίο στερεό που αποτελείται από την σανίδα και το σίδηρο μαζί, το οποίο βαπτίσαμε τονθεσú. Για το σύστημα σφαίρα-τονθεσú η ορμή παραμένει σταθερή, καθόλη τη διάρκεια της κρούσης, ακόμη και για τη στιγμή που η ταχύτητα της σφαίρας μηδενιστεί, όπως λες Β. Απλά τη στιγμή αυτή το τονθεσú έχει ορμή προς τα δεξιά ίση με 10kgm/s .»

Καθηγητής Κ: Εσύ τι λες Δ;

Μαθητής Δ: Δεν ξέρω κύριε, δεν έχω διαβάσει ακόμη το κεφάλαιο των κρούσεων.

Καθηγητής Κ: Εντάξει έλα να ξανακάνουμε το πείραμα. Πήγαινε και κάτσε πάνω στο σίδηρο και παρακολούθησε με προσοχή τι συμβαίνει...

Ξαναγίνεται η κρούση της σφαίρας με την σανίδα.

Καθηγητής Κ: Δεν μου λες Δ, αποκτά ορμή η σανίδα;

Μαθητής Δ: Ναι, βλέπω την σανίδα να ταλαντώνεται, συνεπώς έχει ορμή, τουλάχιστον όταν δεν περνά από τις ακραίες θέσεις της τροχιάς της.

Μαθητής Β: Δεν συμφωνώ, εγώ δεν είδα την σανίδα να ταλαντώνεται, άλλωστε πώς θα μπορούσε να συμβαίνει αυτό; Συμπιέστηκε και μετά αποσυμπιέστηκε εκτοξεύοντας τη σφαίρα προς τα αριστερά. Είναι δεμένη άλλωστε πολύ γερά με τον σίδηρο. Θα έλεγα ότι ένα πακτωμένο στερεό που μπορεί να δέχεται τεράστια δύναμη από το περιβάλλον του (εδώ ο σίδηρος) δεν μπορεί να αποκτήσει ορμή.

Καθηγητής Κ: Εσύ τι γνώμη έχεις Γ;

Μαθητής Γ: Μα Κύριε, είναι η άσκηση 1.46 του σχολικού μας βιβλίου. Σταμάτησε να ταλαντώνεται το σώμα m_1 που είναι δεμένο με το ελατήριο, όταν απομακρύνθηκε το δεύτερο σώμα m_2 ;

Μαθητής Β: Δηλαδή λες ότι είναι η ίδια κατάσταση και όταν η σανίδα σπρώξει προς τα πίσω την μπάλα θα συνεχίσει την κίνησή της; Δεν μπορεί να γίνουν αυτά αφού είναι πακτωμένη στον σίδηρο.

Καθηγητής Κ: Αφήστε το, είπαμε να αφήσουμε το ελατήριο στην άκρη και ότι πρέπει να ξεκολλήσουμε.

Μια τελευταία ερώτηση:

Θέλω να σκεφτείτε αν θα ισχύουν τα ίδια αν η μάζα του σιδήρου ήταν 6000000kg ή ακόμη και $6 \cdot 10^{24}\text{kg}$ *...

.....

Συνάδελφοι:

Δώστε όποιες ερμηνείες θέλετε. Μην μου πείτε όμως ότι ο μαθητής Α έχει δίκιο, γιατί συγκρούεται η σφαίρα με τη σανίδα και ότι αυτός είναι ο σωστός «τυπικός» τρόπος

εφαρμογή των νόμων της Φυσικής.

Μην μου πείτε ότι ο μαθητής Δ δεν βλέπει την σανίδα να ταλαντώνεται. Αν συνεχίσετε να το λέτε, πείτε μου πώς παράγει ήχο ένα διαπασών. Δεν είναι πακτωμένο; Μην συνεχίζετε να λέτε ότι για την κρούση δεν ισχύει η ΑΔΟ.

Φίλε Γιώργο, αντικατάστησε τη σανίδα, στα παραπάνω πειράματα. Βάλε στη θέση της αρχικά ένα δίχτυ και ρίξε έναν ακροβάτη και ύστερα βάλε μια ελαστική μεμβράνη ρίχνοντας ένα μπαλάκι πάνω της και πες μου τι διαφορετικό θα έχεις;

Συμπέρασμα:

Πού γίνεται το λάθος; Τι ρωτάει ο μαθητής και τι ψάχνει, λέγοντας γιατί δεν ισχύει η ορμή κατά την κρούση της μπάλας με τον τοίχο; Εξετάζει την ορμή του ενός σώματος (της μπάλας) και όχι του συστήματος που αλληλεπιδρά!!!

Ας μην μας παρασύρει, δεν λέει αυτό η Φυσική.... Όταν ερμηνεύουμε φαινόμενα κρούσης πρέπει να βλέπουμε ΟΛΟ το σύστημα και όχι μόνο το ένα σώμα. Ας προσέξουμε ποιο είναι όμως το σύστημα. Επειδή συγκρούεται η σφαίρα με την σανίδα, ΔΕΝ είναι το σύστημά μας «σφαίρα-σανίδα». Δείτε και τον σίδηρο, που κρύβεται πίσω από τη σανίδα....

Και κάτι ακόμη. Τι διδάσκουμε στους μαθητές μας για την κρούση; Τους λέμε ότι για να ισχύει η ΑΔΟ σε μια κρούση, πρέπει το σύστημα να είναι μονομένο; Τους βάζουμε να σημειώσουν πάνω στο σχολικό βιβλίο την παρατήρηση αυτή, δίπλα στον ορισμό που έχει με μαύρα γράμματα; Μιας και το βιβλίο έχει λάθος;

Διαβάστε συνάδελφοι τι λέει το σχολικό βιβλίο. Εγώ θα ήθελα να συγχαρώ τους συγγραφείς για τη θέση που γράφουν. Και όσοι από εμάς κάνουν διόρθωση, ας το ξανασκεφτούν.

Και κάτι τελειώνοντας. Αν αφήσουμε μια μπάλα να πέσει στο έδαφος ισχύει η ΑΔΟ αφού το ένα σώμα είναι η Γη. Αν πέσει στον τοίχο, είναι πολύ κακό να πω ότι συγκρούεται με ένα μικρό τμήμα της Γης; Αντιγράφω από το σχολικό βιβλίο, σελίδα 156:

«Σύμφωνα με τα παραπάνω όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου ή στο δάπεδο ανακλάται...»

Τοίχο ή δάπεδο...

* $6 \cdot 10^{24} \text{kg}$ είναι περίπου η μάζα της Γης.

Απάντηση από τον/την **George Panagiotakopoulos** στις 5 Οκτώβριος 2009 στις 11:31

Ο χορός φίλε Διονύση είναι πολύ καλός, ειδικά αν ο partener είναι εξαιρετικός χορευτής ;-)

Να ξεκινήσω από μία διαπίστωση (πέσμου αν κάνω λάθος):

Στην αρχική σου τοποθέτη-

ση <http://ylikonet.ning.com/xn/detail/3647795:Comment:2331> υποστήριζες ότι ισχύει η ΑΔΟ για την κρούση μεταξύ δύο σωμάτων όταν το ένα είναι ελεύθερο σώμα (μπαλάκι) και το άλλο είναι κομμάτι (τοιχος) ενός μεγαλύτερου συστήματος (Γη). Για το λόγο αυτό έκανες και την ανάλυση με το ελατήριο. Εγώ εκεί εστίασα την κριτική μου. Δεν μπορείς αυτό να το ισχυριστείς. Απ' ότι κατάλαβα από τη νέα σου τοποθέτηση, μετακινήθηκες από αυτή σου τη θέση και έθεσες ως κύριο επιχείρημα ότι ο τοίχος είναι μέρος ενός μεγάλου συστήματος και η ΑΔΟ ισχύει όταν το βλέπουμε συνολικά (μπαλάκι+τοιχος +Γη). Μα με αυτό δε διαφώνησα!!! Το επιχείρημα ότι ο τοίχος μπορεί να προεκταθεί και να συμπεριλάβει όλη τη Γη, δεν είναι προφανές, **αν δεν οριστεί με άμεσο τρόπο**, αν δεν το πούμε ρητά!!! Εσύ υποστηρίζεις ότι αυτό δε χρειάζεται (αν κατάλαβα καλά). Ως σύστημα όμως μπορείς να θεωρείς **οποιαδήποτε** δύο ή τρία ή τέσσερα κοκ σώματα, αλλά η ΑΔΟ δεν ισχύει για οποιοδήποτε σύστημα.

Η δική μου **αρχική** τοποθέτηση:

Για το σύστημα: μπαλάκι+τοιχος=ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ Η ΑΔΟ

Για το σύστημα: μπαλάκι+τοιχος+Γη=ΙΣΧΥΕΙ Η ΑΔΟ

Θέλω να γνωρίζω αν επιμένεις ότι η ΑΔΟ ισχύει για το σύστημα μπαλάκι+τοιχος εξαιτίας των μικροκινήσεων που ο τοίχος εκτελεί, όπως φάνηκε στην αρχική σου τοποθέτηση.

Απάντηση από τον/την **Διονύσης Μάργαρης** στις 5 Οκτώβριος 2009 στις 12:29

Φίλε Γιώργο;

Έχεις τρόπο να υπολογίσεις την ορμή μόνο του τοίχου; Εγώ δεν την έχω. Λέω όμως ότι ο τοίχος αποκτά ορμή. Είναι το 100%, 90%, το 80% της συνολικής ορμής που αποκτά το σύστημα τοίχος-Γη, δεν το ξέρω. Άλλωστε αυτό εξαρτάται από το μέγεθος του τοίχου και από την απόσταση του σημείου πρόσπτωσης από τα σημεία στήριξης του τοίχου, στο έδαφος ή στους άλλους τοίχους.

Παράδειγμα; Αν έχω ένα τοίχο πλευράς 210m και το μπαλάκι τον κτυπήσει στο μέσον και η διάρκεια της κρούσης είναι 0,1s, ενώ η ταχύτητα των κυμάτων ελαστικότητας κατά μήκος του τοίχου είναι 1000m/s, θα έχει ολοκληρωθεί η κρούση και η διαταραχή πάνω στον τοίχο, δεν θα έχει φτάσει ακόμη στα άκρα του. Ο τοίχος δεν συμπεριφέρεται σαν ελεύθερο σώμα; Δεν έχει αποκτήσεις ορμή;

Το θέμα είναι. αν έχει ορμή ο τοίχος και εγώ σε όλες μου τις τοποθετήσεις υποστήριξα ότι έχει.

Δεν μετατοπίσθηκα στη θέση μου στην τελευταία μου απάντηση.

Απλά έπρεπε να απαντήσω στα προηγούμενα συγκεκριμένα ερωτήματά σου, οπότε εστίασα σε άλλο στόχο.

Γράφεις:

"Για το σύστημα: μπαλάκι+τοίχος=ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ Η ΑΔΟ

Για το σύστημα: μπαλάκι+τοίχος+Γη=ΙΣΧΥΕΙ Η ΑΔΟ"

Η απάντηση θα προκύψει αν προηγούμενα έχουμε ξεκαθαρίσει ποιο είναι το σύστημα στο οποίο δουλεύουμε για να βρούμε τις ταχύτητες μετά την κρούση. Πρόσεξε σε παρακαλώ την συλλογιστική του μαθητή Β και το λάθος στο οποίο πέφτει.

Δεν θα είχα αντίρρηση αν κάποιος υποστήριζε την εξής άποψη:

Θεωρώ τον τοίχο ΑΠΟΛΥΤΩΣ ΑΚΙΝΗΤΟ-ΑΚΛΟΝΗΤΟ ως προς την Γη, όπου ο μόνος του ρόλος είναι να ασκεί μια δύναμη στο μπαλάκι. Δεν συζητάω καθόλου για φαινόμενο κρούσης. Απλά παρακολουθώ το μπαλάκι να πέφτει πάνω του και να επιστρέφει και συζητάω για την ορμή μόνο που έχει το μπαλάκι.

Συνεπής συλλογισμός και δεκτή η απάντηση που θα δοθεί.

Όταν όμως μιλάμε για κρούσεις και εφαρμόζουμε τις εξισώσεις του σχολ. βιβλίου για να πούμε αν το μπαλάκι αποκτά ταχύτητα και πόση είναι, ΕΙΜΑΣΤΕ υποχρεωμένοι να απαντήσουμε στο αρχικό ερώτημα του μαθητή ότι η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή και να ερμηνεύσουμε την δική του παρατήρηση αποφεύγοντας να κάνουμε τα λάθη συλλογισμών του Β μαθητή.

Νίκος

Απάντηση από τον/την [Παπασγουρίδης Θεόδωρος](#) στις 5 Οκτώβριος 2009 στις 23:08

Παρακολουθώντας την ανταλλαγή απόψεων σχετικά με τη διατήρηση ή όχι της ορμής κατά την κρούση σφαίρας σε τοίχο, θα ήθελα να διατυπώσω μερικές σκέψεις οι οποίες από σκόρπιες σε διάφορα mail που ανταλλάξαμε με το **Θρασύβουλο Μαχαίρα** στις αρχές του Σεπτεμβρίου δομήθηκαν κατόπιν σε λογική σειρά, με αφορμή το συγκεκριμένο θέμα.

Ας ξεκινήσουμε με το ποια Φυσική διδάσκουμε στο σχολείο: Νομίζω να συμφωνούμε όλοι ότι διδάσκουμε τη Φυσική που βασίζεται στους Νόμους του Νεύτωνα. Συμφωνούμε νομίζω ότι, όλη η Νευτώνεια Μηχανική θεμελιώνεται με βάση την **απειροστή μετατόπιση dx** και το **απειροστά μικρό χρονικό διάστημα dt** . Με βάση αυτά ορίζεται η ταχύτητα u και μαζί της η ορμή p , καθώς επίσης η επιτάχυνση a και βέβαια η δύναμη F (όλα σε διανυσματική μορφή). Αποδεχόμαστε όλοι νομίζω το Νόμο δράσης-αντίδρασης, ο οποίος απαιτεί dx για τη δράση και dx' για την αντίδραση. Έχετε

σκεφθεί αυτό τι σημαίνει; Πολύ απλά σημαίνει ότι **απόλυτα ακίνητο σώμα κατά την κρούση δεν υπάρχει για τη Νευτώνεια Μηχανική**. Γιατί;

Έστω ότι υπάρχει το απόλυτα ακίνητο σώμα. Όταν λοιπόν πέσει το μπαλάκι (σφαίρα) πάνω του, και δεχτούμε ότι το απόλυτα ακίνητο σώμα μπορεί να του ασκήσει δύναμη, θα ασκηθεί στο μπαλάκι δύναμη η οποία περιγράφεται με dx και dt . Προφανώς το μπαλάκι κινείται και η μετατόπιση dx είναι ορατή. Σύμφωνα με το Νόμο **δράσης-αντίδρασης**, το μπαλάκι θα ασκήσει και αυτό **δύναμη** στο μεγάλο υποθετικά ακίνητο σώμα, η οποία **προϋποθέτει επίσης μετατόπιση dx** . Συνεπώς δε μπορεί να είναι απόλυτα ακίνητο το μεγάλο σώμα.

Συμπέρασμα: **Δεν υπάρχουν σε κρούσεις απόλυτα ακίνητα σώματα ή τουλάχιστον δεν τα καλύπτει η δομή της θεωρίας του Νεύτωνα**, γιατί δεν έχουν μηχανισμούς για να ασκήσουν και άρα να δεχτούν δυνάμεις. Η δύναμη προϋποθέτει απειροστή μετατόπιση. Τα σώματα που συμμετέχουν σε κρούση πρέπει να κινηθούν υποχρεωτικά.

Το καλύτερο που έχουμε να κάνουμε αν θέλουμε να ισχύει η ΑΔΟ και να μην μπλέξουμε με δομές του μεγάλου σώματος, είναι να βρίσκουμε σύστημα στο οποίο η δράση-αντίδραση είναι εσωτερικές δυνάμεις.

Αποφεύγοντας να μπορούμε στη δομή του μεγάλου σώματος και να μπλέξουμε με δομικούς λίθους, ο καλύτερος τρόπος είναι να πάρουμε σαν σύστημα το μπαλάκι και τη Γη ολόκληρη, και όχι το μπαλάκι με τον τοίχο. Έτσι **η διατήρηση της ορμής μεταφράζεται σε ΑΔΟ του κέντρου μάζας του συστήματος**. Ή αλλιώς ότι η μεταβολή ορμής της μπάλας είναι αντίθετη από τη μεταβολή ορμής του μεγάλου σώματος. Μέχρι εδώ νομίζω συμφωνούμε όλοι.

Αν πάρουμε τους δομικούς λίθους του τοίχου, θα πρέπει μετά να βάλουμε στο παιχνίδι τους συνδέσμους του τοίχου, στη συνέχεια να δούμε που στηρίζεται αυτός που κρατά τους συνδέσμους και πάει λέγοντας.....Η εξέταση θα αποκτήσει δομή κύματος (διαδιδόμενης διαταραχής) μέσα στο μεγάλο σώμα. Αλλά μας νοιάζει αυτός ο μηχανισμός;;; **Ότι και να συμβαίνει, η ΑΔΟ για το κέντρο μάζας ισχύει.**

Κατά τη γνώμη μου πρέπει να καταλήξουμε στα εξής:

A) Στο σύστημα μπαλάκι-τοίχος που κουβαλάει μαζί του όλη τη Γη, η ορμή διατηρείται άσχετα με τη χρονική διάρκεια της κρούσης και τις λεπτομέρειες

της κρούσης (δομικοί λίθοι και διαδιδόμενη διαταραχή). Αυτό το μοντέλο αποτελεί την **καλύτερη διδακτική προσέγγιση** για τους μαθητές στο επίπεδο της λυκειακής Φυσικής.

Β) Στο σύστημα **μπαλάκι-δομικοί λίθοι τοίχου που δέχονται τη σύγκρουση, η ορμή διατηρείται** κατά προσέγγιση, αν δεχτούμε (αυτό που **κατά κόρο κάνουμε** στις ασκήσεις, π.χ: κρούση σωμάτων όπου το ένα είναι δεμένο σε ελατήριο) ότι η κρούση γίνεται **τόσο γρήγορα** , πριν πάρουν χαμπάρι οι άλλοι δομικοί λίθοι, το ταβάνι, οι άλλοι τοίχοι, η Γη ολόκληρη.....(αλήθεια τόσοση ορμή έχεις να μοιράσεις;)

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω το φίλο **Διονύση** και τον πολύ καλό συνάδελφο **Γιώργο**, διότι με την εποικοδομητικότερη ανταλλαγή απόψεων μεταξύ τους (κάτι που απαιτεί πολύ χρόνο όταν γίνεται σε τόσο ψηλό επίπεδο) μας έκαναν όλους πλουσιότερους σε γνώσεις.

Απάντηση από τον/την [Παπαδάκης Γιάννης](#) στις 6 Οκτώβριος 2009 στις 2:10

Το πρόβλημα δεν θα είχε λυθεί εξαρχής αν ο τοίχος είχε ρόδες;
Πέρα από πλάκα, αυτό είχα πεί στο μάθημα για να δείξω με απλοϊκό τρόπο ότι ο τοίχος είναι απλά η προέκταση της γης.

Μετά από τόση κουβέντα απλά επιβεβαιωθηκα πλήρως ότι έτσι είναι.
Τώρα αν είναι ελαστικός και πόσο αν ταλαντώνεται, αν μπορεί να κινηθεί, μήπως πρέπει να πούμε και απο τι είναι φτιαγμένος; από μπετόν ... πέτρινος ... τούβλα ... γυψοσανίδα ... μήπως το παρακάνουμε;

Απάντηση από τον/την [Λάμπρος Θεοδώρου](#) στις 6 Οκτώβριος 2009 στις 11:40
Εγώ αυτό που κατάλαβα, είναι ότι το σχολικό βιβλίο, αντιμετωπίζει το πρόβλημα, σαν να ήταν ο τοίχος ελεύθερο σώμα. Αλλά και να μην είναι, για να είμαστε σωστοί, στο σύστημα που θα μελετήσουμε την κρούση, πρέπει να περιλάβει οπωσδήποτε και την Γη. Κάνω λάθος;
Εμένα πάντως με βρίσκει σύμφωνο.